# 基于领航者的多机器人系统编队控制研究

## 孙玉娇 杨洪勇 ,于美妍

(鲁东大学)信息与电气工程学院 山东 烟台 264039)

摘要:针对多移动机器人的路径规划、编队成形与编队保持问题,本文提出了一种集路径规划和轨迹跟踪于 一体的领航—跟随者编队控制方法,实现了多机器人共同协作完成目标任务.本文首先建立了在非完整约束 条件下轮式机器人的数学模型,然后通过全局坐标转换将领航—跟随模型转换为局部坐标系统误差模型,最 后建立了基于领航—跟随模型的多机器人协同运动的编队控制律.通过设置合理的通信协议参数,使用 matlab 验证了基于领航—跟随策略的编队控制律的有效性和可行性.

关键词: 领航一跟随; 编队一致性; 轮式机器人; 非完整约束; 轨迹跟踪 中图分类号: 0231; TP13 文献标志码: A 文章编号: 1673-8020(2020) 01-0035-05

随着科学技术的多样化发展,机器人技术对 社会经济发展产生了深远的影响.与传统的单机 器人相比,多机器人系统通过协同作业可以完成 比较复杂的工作,在许多领域得到了广泛应用.

运动控制问题是当前多机器人系统中的重要 研究课题之一.在机器人之间通过建立有效的通 信控制策略 使得多机器人系统协同完成某一复 杂任务 实现预期编队 目前比较常用的机器人编 队控制算法有:虚拟结构法、基于行为法、人工势 场法、领航一跟随法 其中领航一跟随方法是使用 较多的控制方法.文献[1]介绍了一种新型多机器 人编队控制的方法—领航跟随法 仿真结果证明 了算法的稳定性.文献 [2] 通过变量的变换 将编 队控制问题转化为状态一致性的问题,设计控制 器使一组非完整机器人沿着指定的轨迹逐渐收敛 到期望的队形.在外部输入受限制的情况下,文献 [3]讨论了非完整多移动机器人的领航跟随编队 问题.在非完整约束条件下,文献[4]应用外部分 布式感测器方法 研究了多机器人协同控制有限 时间收敛问题.文献[5]研究了复杂多机器人的运 动一致性问题,通过设计一种分布式编队控制律 实现多移动机器人的动态编队.文献[6]研究了非 完整约束的平面多机器人的时变稳定性问题.文 献[7—8]假设系统存在多种外部干扰,研究带有 不匹配干扰的二阶多机器人系统的有限时间包容 控制问题.文献[9]在有状态约束与输入饱和条件 下,研究了全向移动机器人自适应跟踪控制.文献 [10]假设存在多个领航者,研究了机器人系统的 群集包容控制问题.文献[11]分析了空间机器人 捕获航天器操作,研究了机器人的避撞柔顺复合 自抗扰控制问题.

基于现有研究成果,本文拟开展基于领航者 的多机器人编队控制研究.首先对多机器人系统 中的机器人建立数学模型;然后根据领航机器人 的位姿确定相对应的虚拟机器人的位姿和跟随机 器人的位姿误差数学模型;最后根据误差数学方 程构造基于领航一跟随策略的多机器人编队控 制律.

# 1 机器人数学模型

领航一跟随法的基本思想是选择一个领航机器人并设定好它的运动轨迹,跟随机器人实时跟踪领航机器人的运动轨迹,即整个编队的运动轨

收稿日期: 2019-09-18; 修回日期: 2019-11-24

基金项目:国家自然科学基金项目(61673200);山东省自然科学基金重大基础研究项目(ZR2018ZC0438);烟台市科技攻关项目 (2019XDHZ085)

第一作者简介: 孙玉娇(1997—) 友,山东青岛人,硕士研究生,研究方向为编队协同控制.E-mail: syj944413542@163.com

通信作者简介:杨洪勇(1967—) 男,山东德州人 教授,硕士研究生导师,博士,研究方向为复杂网络、多智能体控制.E-mail: hyyang @ yeah.net

迹由领航机器人确定,编队队形由跟踪机器人与 领航机器人的相对位置关系来保持.在基于领 航一跟随模型的多机器人系统运动过程中,为了 避免跟踪时发生机器人之间的碰撞,引入一个由 领航机器人产生并完全获得领航机器人状态信息 的虚拟机器人,计算跟随机器人与虚拟机器人的 状态误差并使其收敛为零.基于以上的分析,多机 器人的编队问题可以转化为跟随机器人对领航机 器人的一个轨迹跟踪的问题.

1.1 机器人系统模型

轮式机器人领航一跟随模型见图 1,机器人 车轮中点与机器人系统中点的距离为 *d*,机器人 的运动方向角为 θ,假设机器人运动的直线速度 和角速度为 ν ω.



图 1 轮式机器人数学模型 Fig.1 Mathematical model of wheeled robot

纯滚动无滑动的机器人满足非完整约束 条件:

$$\begin{cases} x\sin\theta - y\cos\theta = d\omega ,\\ \dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta = 0 , \end{cases}$$
(1)

得到轮式机器人系统的数学模型:

$$\begin{cases} x = \nu \cos\theta + d\omega \sin\theta ,\\ \dot{y} = \nu \sin\theta - d\omega \cos\theta ,\\ \dot{\theta} = \omega. \end{cases}$$
(2)

1.2 领航者的数学模型

领航一跟随系统模型如图 2 所示  $R_1$  为领航 机器人  $R_4$  为虚拟机器人  $R_5$  为跟随机器人 l 为 虚拟机器人与领航机器人之间的距离  $\nu \omega$  分别 表示机器人的线速度和角速度(机器人的控制输 入)  $\alpha$  为虚拟机器人与领航机器人的角度.



图 2 多机器人编队的数学模型

Fig.2 Mathematical model of multi-robots formation

领航机器人的状态信息被虚拟机器人获得,则虚拟机器人的状态信息可以描述为:

$$\begin{cases} x_v = x_1 - l\cos(\theta + \alpha) ,\\ y_v = y_1 - l\sin(\theta + \alpha) ,\\ \theta_v = \theta_1. \end{cases}$$
 (3)

在非完整系统下虚拟机器人和领航机器人满 足非完整约束条件,虚拟机器人的数学模型可以 描述为:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{v} &= \nu_{v} \cos \theta_{v} + d\omega_{v} \sin \theta_{v} , \\
\dot{y}_{v} &= \nu_{v} \sin \theta_{v} - d\omega_{v} \cos \theta_{v} , \\
\dot{\theta}_{v} &= \omega_{v}.
\end{aligned}$$
(4)

领航机器人的跟随机器人的数学模型:

$$\begin{cases}
\dot{x}_{\rm f} = \nu_{\rm f} \cos\theta_{\rm f} + d\omega_{\rm f} \sin\theta_{\rm f} , \\
\dot{y}_{\rm f} = v_{\rm f} \sin\theta_{\rm f} - d\omega_{\rm f} \cos\theta_{\rm f} , \\
\dot{\theta}_{\rm f} = \omega_{\rm f}.
\end{cases}$$
(5)

## 2 多机器人编队跟踪模型

## 2.1 领航一跟随模型

确定领航机器人的状态信息后,进一步要研 究的问题就是位置误差和角度误差是否收敛为 零 若收敛为零,则证明跟随机器人实时跟踪上了 虚拟机器人的位置,因此需要计算跟随机器人与 虚拟机器人之间的状态误差.

假设跟随机器人和虚拟机器人在全局坐标系 下的状态误差为 ( $x_v = x_f \ \vartheta_v = y_f \ \theta_v = \theta_f$ ) 转化到 以跟随机器人  $R_f$  自身所处位置而建立的参考坐 标系  $X_f O_f Y_f$  下记状态误差为( $x_e \ \vartheta_e \ \theta_e$ ),详见图 3.横坐标  $X_f$  是跟随机器人的运动方向 ,纵坐标  $Y_f$ 

## 是垂直跟随机器人运动的方向 ,变换表达式为:





分析:

由图 3 中的领航机器人和跟随机器人的坐标 相对位置关系可以得到:

$$\begin{cases} x_{e} = \cos\theta_{f}(x_{v} - x_{f}) + \sin\theta_{f}(y_{v} - y_{f}) ,\\ y_{e} = \sin\theta_{f}(x_{f} - x_{v}) + \cos\theta_{f}(y_{v} - y_{f}) , (7)\\ \theta = \theta - \theta_{f}. \end{cases}$$

整理状态误差,对式(7)进行求导,并将式(4)和(5)式代入,可得:

$$\dot{x}_{e} = \omega_{f} y_{e} + \cos\theta_{f} (\nu_{v} \cos\theta_{v} + d\omega_{v} \sin\theta_{v}) - \cos\theta_{f} (v_{f} \cos\theta_{f} + d\omega_{f} \sin\theta_{f}) + \sin\theta_{f} (v_{v} \sin\theta_{v} - d\omega_{v} \cos\theta_{v}) - \sin\theta_{f} (v_{r} \sin\theta_{f} - d\omega_{f} \cos\theta_{v}) = \omega_{f} y_{e} + \nu_{v} \cos\theta_{e} + \omega_{v} d\sin\theta_{e} - \nu_{f} ,$$
  
$$\dot{y}_{e} = -\omega_{f} x_{e} - \sin\theta_{f} (v_{v} \cos\theta_{v} + d\omega_{v} \sin\theta_{v}) - \sin\theta_{f} (v_{f} \cos\theta_{f} + d\omega_{f} \cos\theta_{f}) + \cos\theta_{f} (v_{v} \sin\theta_{v} - d\omega_{v} \cos\theta_{f}) - \cos\theta_{f} (v_{v} \sin\theta_{v} - d\omega_{v} \cos\theta_{f}) - \cos\theta_{f} (v_{r} \sin\theta_{f} - d\omega_{f} \cos\theta_{f}) = -\omega_{f} x_{e} + v_{v} \sin\theta_{e} + \omega_{f} d - \omega_{v} d\cos\theta_{e} ,$$
  
$$\dot{\theta}_{e} = \omega_{v} - \omega_{f}.$$
  
经过坐标变换后的状态误差可以描述为:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{e} &= \omega_{f} y_{e} - v_{f} + v_{v} \cos \theta_{e} + \omega_{v} \operatorname{dsin} \theta_{e} , \\ \dot{y}_{e} &= -\omega_{f} x_{e} + v_{v} \sin \theta_{e} + \omega_{f} \operatorname{d} - \omega_{v} \operatorname{dcos} \theta_{e} , (8) \\ \dot{\theta}_{e} &= \omega_{v} - \omega_{f}. \end{aligned}$$

调整跟随机器人 *R*<sub>i</sub> 的输入ν和ω以满足以下 关系式:

$$\lim_{t \to t_0} |x_e| = 0 , \lim_{t \to t_0} |y_e| = 0 , \lim_{t \to t_0} |\theta_e| = 0.$$
 (9)

为了使跟踪误差能收敛到零,基于领航—跟 随方法的多机器人编队控制律可设计如下:  $\begin{cases} \nu_{f} = v_{v}\cos\theta_{e} + k_{x}[x_{e} - d(1 - \cos\theta_{e})] - k_{\theta}\theta_{e}\omega_{f}, \\ \omega_{f} = \omega_{v} + v_{v}[k_{y}k_{a}(y_{e} + d\sin\theta_{e} + k_{\theta}\theta_{e}) + \frac{k_{b}}{k_{a}}\sin\theta_{e}], \end{cases}$ (10) 其中  $k_{x} k_{y} k_{\theta} k_{a} k_{b}$ 为正实数,并且  $k_{a} + k_{b} = 1.$ 

#### 2.2 收敛证明

#### 选择李雅谱诺夫函数:

$$V(x_{e} \ y_{e} \ \theta_{e}) = (1 + e^{-t}) \cdot \frac{1}{2} [x_{e} - d(1 - \cos\theta_{e})]^{2} + (1 + e^{-t}) \cdot \frac{1}{2} [y_{e} + d\sin\theta_{e} + k_{\theta}\theta_{e}]^{2} + (1 + e^{-t}) \cdot \frac{1}{k_{y}} (1 - \cos\theta_{e}) ,$$

显然函数  $V(x_o, y_o, \theta_o, t)$  正定. 对函数 V(x, y, θ, t) 求导后得:  $\dot{V}(x_{e}, y_{e}, \theta_{e}) = (1 + e^{-t}) [x_{e} - d(1 - \cos\theta_{e})]$  $[\dot{x}_e - \mathrm{dsin}\theta_e\dot{\theta}_e] + (1 + e^{-t}) [y_e + \mathrm{dsin}\theta_e + k_\theta\theta_e]$  $[\dot{y}_e + d\cos\theta_e \dot{\theta}_e] + k_\theta \dot{\theta}_e + (1 + e^{-t}) \cdot \frac{1}{k} \sin\theta_e \dot{\theta}_e$  $e^{-t} \cdot \frac{1}{2} [x_e - d(1 - \cos\theta_e)]^2$  $e^{-\iota} \cdot \frac{1}{2} [y_e + \operatorname{dsin}\theta_e + k_{\theta}\theta_e]^2 - e^{-\iota} \cdot \frac{1}{k} (1 - \cos\theta_e)$ , 带入编队控制律得到  $(k_a + k_b = 1)$ :  $\dot{V}(x_e, y_e, \theta_e, t) = (1 + e^{-t}) \{-k_x [x_e - d(1 - \cos\theta_e)]^2$  $v_{v}k_{y}k_{\theta}k_{a}(y_{e} + d\sin\theta_{e} + k_{\theta}\theta_{e})^{2} - \frac{k_{b}v_{v}}{k_{e}k_{a}}(\sin\theta_{e})^{2} +$  $v_{\rm v} \sin \theta_{\rm e} (y_{\rm e} + {\rm d} \sin \theta_{\rm e} + k_{\theta} \theta_{\rm e})$  $v_{y}(k_{a} + k_{b}) \sin\theta_{e}(y_{e} + d\sin\theta_{e} + k_{\theta}\theta_{e}) \}$  $e^{-t} \{ \frac{1}{2} [x_e - d(1 - \cos\theta_e)]^2 +$  $\frac{1}{2} \left[ y_{e} + \mathrm{dsin}\theta_{e} + k_{\theta}\theta_{e} \right]^{2} +$  $\frac{1}{k_{\rm e}}(1-\cos\theta_{\rm e})\}.$ (11)

由式(11) 知  $\dot{V}(x_e, y_e, \theta_e, t)$  负定,因此以上 控制律使得误差系统渐进稳定.

# 3 多机器人动态编队仿真测试

假设轮式机器人的几何中心与车轮中心不重 合,选择机器人的车轮轴中心与几何中心的距离 是 0.01 m,即 *d*=0.01 m.规定领航机器人的线速 度和角速度分别为 10,2(°)/s,将领航机器人的 初始坐标位置设置在局部坐标系下的坐标原 点处.

3.1 机器人保持三角形编队跟随领航者运动

研究对象是一个领航机器人和 5 个跟随机器 人,领航机器人的运动方向与 x 轴正方向的夹角  $\theta$  初始为 0 ,初始坐标为(-3 ,0);其他 5 个跟随机 器人的初始坐标分别设为(-2 ,1)、(-4 ,1)、(-2 , 2)、(-3 ,2)、(-4 ,2).仿真结果如图 4(见封 3)所 示: x 轴和 y 轴是领航机器人运动过程中的坐标 变化;深蓝色实线是领航机器人做圆形期望轨迹, 其余红色、橙色、紫色、绿色和浅蓝色实线是 5 个 跟随机器人的运动轨迹,横轴和纵轴分别体现了 运动过程的各机器人的坐标变化;机器人在保持 编队的同时,跟踪领航机器人做圆周运动.

下面讨论算法控制参数对系统收敛性的影 响.假设机器人编队位置误差设置为:

$$e_{\rm f} = \sqrt{(x_{\rm e}^2 + y_{\rm e}^2)}$$
 (12)

图 5(见封 3)和图 6(见封 3)描述了多机器 人系统中各跟随机器人与领航机器人的编队位置 误差.在 t=0 s时误差较大,随着机器人逐渐形成 编队误差逐渐减小,最终领航机器人与 5 个跟随 机器人形成编队时误差变为零 5 个跟随机器人 跟踪上了领航机器人的运动轨迹.

图 5 是控制参数  $k_x = 1$  时的位置误差变化曲 线 在大约 t=7 s 时编队误差收敛到零; 图 6 是控 制参数  $k_x = 50$  时的位置误差变化曲线 在大约 t=4.5 s 时编队误差收敛到零. 从编队收敛到零的时 间来看 在其他参数不变时 参数  $k_x$  的值越大 ,编 队误差收敛到零的速度越快. 同样 ,保持其他参数 不变时 ,参数  $k_y$  越大 ,编队误差收敛速度的越快 ,  $k_a$   $k_a$   $k_b$  的改变同样也对编队误差收敛速度产生 影响 ,因此若要提高收敛速度 ,参数  $k_x$   $k_y$  的值选 大一点合适. 3.2 机器人保持矩形编队跟随领航者运动

图 7(见封3)中深蓝色实线是领航机器人做 直形运动,其余红色、橙色、紫色、绿色和浅蓝色实 线是5个跟随机器人的运动轨迹,横轴和竖轴分 别体现了运动过程的各机器人的坐标位置变化. 可以看到领航机器人沿直线运动,跟随机器人跟 踪领航机器人的运动轨迹,并组成矩形编队.

## 4 结语

本文应用自动控制和非线性系统理论,研究 了多个移动机器人在保持理想编队的情况下跟踪 领航者运动的路径跟随问题.通过分析领航机器 人与跟随机器人的运动系统误差模型,建立了多 机器人协同运动的编队通信协议,研究了非完整 约束的多机器人系统的编队控制问题.由于现实 中机器人系统存在诸多不确定性条件,例如外界 噪声、非线性干扰等,将来的工作将研究具有外部 干扰的非完整移动机器人系统的编队控制问题.

#### 参考文献:

- MADHEVAN B ,SREEKUMAR M. Tracking algorithm using leader follower approach for multi robots [J]. Procedia Engineering 2013 ,64: 1426-1435.
- [2] PENG Zhaoxia ,YANG Shichun ,WEN Guoguang et al. Adaptive distributed formation control for multiple nonholonomic wheeled mobile robots [J].Neurocomputing , 2016 ,173(P3) : 1485-1494.
- [3] CONSOLINI L ,MORBIDI F ,PRATTICHIZZO D ,et al. Leader-follower formation control of nonholonomic mobile robots with input constraints [J]. Automatica ,2008 ,44 (5): 1343-1349.
- [4] DU Haibo ,WEN Guanghui ,YU Xinghuo ,et al. Finitetime consensus of multiple nonholonomic chained-form systems based on recursive distributed observer [J]. Automatica 2015 ,62: 236-242.
- [5] 杨洪勇,郭雷,张玉玲,等.复杂分数阶多自主体系
   统的运动一致性[J].自动化学报,2014,40(3):489
   -496.
- [6] 赵俊 刘国平.非完整性约束的平面多智能体位置 时变一致性控制 [J].自动化学报,2017,43(7): 1169-1177.
- [7] 刘凡 杨洪勇,杨怡泽,等.带有不匹配干扰的多智 能体系统有限时间积分滑模控制[J].自动化学报, 2019 45(4):749-758.

- [8] 李玉玲,杨洪勇,刘凡,等.带有不匹配干扰的二阶 多自主体系统有限时间包容控制[J].自动化学报, 2019,45(9): 1783-1789.
- [9] 郑文昊,贾英民.具有状态约束与输入饱和的全向 移动机器人自适应跟踪控制[J].工程科学学报, 2019,41(9):1176-1186.
- [10] 杨怡泽 杨洪勇 刘凡.复杂二阶多自主体系统的群

集包容控制运动[J].鲁东大学学报(自然科学版), 2018,34(4): 293-296.

[11] 艾海平,陈力.空间机器人捕获航天器操作的避撞 柔顺复合自抗扰控制[J/OL].控制与决策: 2019 34 (11):1-8[2019-7-28].https://doi.org/10.13195/ j.kzyjc.2019.0507.

## Formation Control of Multi-Robot Systems with Leaders

SUN Yujiao , YANG Hongyong , YU Meiyan

( School of Information and Electrical Engineering ,Ludong University ,Yantai 264039 ,China)

**Abstract**: Aiming at the problem of path planning formation organizing and formation keeping of multi-mobile robots a leader-following formation control method was presented for trajectory tracking ,which realize the problem of multi-robots cooperation and achieve the goal tasks. Firstly a mathematical model of wheeled robot was established with nonholonomic constraint conditions. Secondly , through the global coordinates transformation leader-following model was converted to a local coordinate error model. Finally formation communication protocol was set up for multi-robot systems with leader-following. By setting the parameters of the communication strategy the feasibility and effectiveness of the leader-following communication strategy of multi-robot systems was illustrated.

Keywords: leader-following; formation consistency; wheeled robot; nonholonomic constraint; trajectory tracking

(责任编辑 李秀芳)



#### (以上彩图4~7正文见第38页;以下彩图3正文见第57页)



图3 Si-120 W薄膜负极材料的EDS图 Fig.3 EDS image of Si-120 W thin film anode material