

高阶离散时间多智能体系统 基于输出一致性的模型预测控制

宋广昊, 刘晓华, 高 荣

(鲁东大学 数学与统计科学学院, 山东 烟台 264039)

摘要: 本文研究一类高阶线性离散多智能体系统的输出一致性问题。由于每个智能体的输出是部分状态或状态的线性组合, 所以多智能体系统只需要部分状态或状态的线性组合趋于一致就可以实现输出一致。对于具有固定拓扑结构的高阶线性离散多智能体系统, 本文通过引入部分稳定理论进行输出一致性分析, 利用模型预测控制(MPC)策略和线性矩阵不等式(LMI)理论设计输出一致性协议, 使得系统的输出趋于一致。最后, 通过仿真算例验证算法的有效性。

关键词: 多智能体系统; 输出一致性; 部分稳定; 模型预测控制

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-8020(2021)03-0207-06

一致性问题是多智能体系统的基本问题^[1-3], 其中一个典型例子是互联网的拥塞控制^[1]。由于相同的存储速度可以减少数据包丢失和数据传输延迟, 因此需要根据相邻路由器的信息设计相应路由器的协同策略, 使每个路由器的存储速度达到一致。文献[4]首次提出一阶多智能体系统的一致性问题; 文献[5]使用代数图论对 Vicsek 模型进行理论性分析; 文献[6]指出多智能体系统一致性的影响因素; 文献[7-8]分别使用状态信息和输出信息设计一致性协议, 使系统达到状态一致, 并表明智能体的动态结构和通信拓扑对一致性有很大影响。模型预测控制(model predictive control, MPC)由于具有模型要求低、能够处理多约束等优点被用于解决多智能体系统的一致性问题。虽然基于模型预测控制一致性问题的研究已经取得许多成果, 但已有成果主要适用于处理状态一致问题, 文献[9-10]提出运用 MPC 方法解决状态一致问题, 并分别给出多智能体系统在不同拓扑结构下的一致性条件。文献[9]旨在解决采样数据设置下的平均一致性问题, 文献[10]旨在设计一致性协议, 使各个智能体的状态变量趋近于相同的值。针对离散非线性多智能体系统的一致性问题, 文献[11-12]给出分

布式模型预测控制(DMPC)的求解方法; 文献[13]基于 DMPC 方法进一步考虑具有通信延迟的连续时间非线性多智能体系统的一致性问题。

然而, 在许多实际的多智能体系统中, 有时需要达到输出一致性的控制目标。文献[14]通过将输出一致性问题转化为 ISS 稳定性问题, 分析一类具有切换网络拓扑和网络时滞的一阶多智能体系统; 文献[15]通过将输出一致问题转化为 H_∞ 问题, 解决一类具有特殊结构的高阶多智能体系统的输出一致问题; 文献[16-18]利用输出空间分解方法将输出一致性问题转化为多个子系统的部分稳定性问题, 提出使得高阶多智能体系统达到输出一致性的充要条件。值得注意的是, 每个智能体的输出都是部分状态或状态的线性组合, 这说明输出一致比状态一致更为复杂; 另一方面, 上述文献没有考虑控制协议的最优性问题, 而最优的控制协议能够带来许多期望的特性, 如相位和增益裕度。综上所述, 基于 MPC 方法的多智能体系统输出一致性问题仍然是一个有待解决的问题。

本文讨论基于 MPC 策略的一般高阶离散时间多智能体系统输出一致性控制问题, 提出基于 MPC 策略的一致性协议设计方法。该方法通过

收稿日期: 2020-11-20; 修回日期: 2021-01-30

基金项目: 山东省自然科学基金(ZR2020MF063)

第一作者简介: 宋广昊(1996—), 男, 山东济南人, 硕士研究生, 研究方向为系统控制与优化。E-mail: 897611485@qq.com

通信作者简介: 刘晓华(1959—), 男, 山东烟台人, 教授, 硕士研究生导师, 博士, 研究方向为预测控制。E-mail: xhliu@ldu.edu.cn

构造带有末端的代价函数求解有限时域最优控制问题,进而得到最优增益矩阵。

1 问题描述

有向图 G 由节点集 $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$ 和边集 $\mathcal{E}(G) \subseteq \{(v_i, v_j) : v_i, v_j \in V(G)\}$ 组成,其邻接矩阵定义为 $\tilde{A} = [a_{ij}] \in \mathbf{R}^{M \times M}$,其中 $a_{ij} \geq 0, a_{ij} > 0$ 当且仅当 $(v_i, v_j) \in \mathcal{E}(G)$ 。节点 v_i 的邻居集定义为 $M_i = \{v_j \in V(G) : (v_j, v_i) \in \mathcal{E}(G)\}$ 。有向图 G 的拉普拉斯矩阵定义为 $L = \tilde{D} - \tilde{A}$,其中节点矩阵 $\tilde{D} = \text{diag}\{\tilde{d}_1, \tilde{d}_2, \dots, \tilde{d}_N\}$, $\tilde{d}_i = \sum_{j=1}^M a_{ij} (i = 1, 2, \dots, N)$ 。

考虑具有 M 个同构智能体的离散时间多智能体系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}_i(k), \\ \mathbf{y}_i(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}_i(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}, \mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}, \mathbf{C} \in \mathbf{R}^{p \times n}; \mathbf{x}_i(k) \in \mathbf{R}^n$ 是智能体的状态, $\mathbf{y}_i(k) \in \mathbf{R}^p$ 是智能体的输出, $\mathbf{u}_i(k) \in \mathbf{R}^m$ 是根据智能体 i 的信息设计的一致性协议 $i = 1, 2, \dots, M$ 。

考虑下面的一致性协议:

$$\mathbf{u}_i(k) = \mathbf{K} \sum_{j \in M_i} a_{ij} (\mathbf{y}_j(k) - \mathbf{y}_i(k)), \quad (2)$$

其中,矩阵 \mathbf{K} 将由 MPC 策略设计。

令 $\mathbf{x}(k) = [\mathbf{x}_1^T(k), \mathbf{x}_2^T(k), \dots, \mathbf{x}_M^T(k)]^T$ 和 $\mathbf{y}(k) = [\mathbf{y}_1^T(k), \mathbf{y}_2^T(k), \dots, \mathbf{y}_M^T(k)]^T$, 则多智能体系统的动力学方程描述为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{A} - \mathbf{L} \otimes \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}) \mathbf{x}(k), \\ \mathbf{y}(k) = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{C}) \mathbf{x}(k). \end{cases} \quad (3)$$

定义 1^[16] 对于给定的矩阵 \mathbf{K} , 如果存在一个输出一致函数 $c(k)$, 使得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\mathbf{y}(k) - \mathbf{1} \otimes c(k)) = \mathbf{0}, \quad (4)$$

那么称系统(3)达到输出一致。

假设 1 有向图 G 包含一个生成树。

本文主要研究系统(3)的输出一致性问题,即设计矩阵 \mathbf{K} 使得系统(3)达到输出一致。

2 一致控制器设计

本节目的是设计一致性协议(2)中的增益矩阵 \mathbf{K} , 使多智能体系统能够达到输出一致。

引理 1^[16] 系统(3)获得输出一致当且仅当 $\bar{\mathbf{A}} - \lambda_i \bar{\mathbf{B}}\mathbf{K}\bar{\mathbf{C}} (i = 2, 3, \dots, M)$ 是 Schur 的, 其中 $\bar{\mathbf{A}} =$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{11} & \hat{\mathbf{E}}_0 \\ \hat{\mathbf{F}}_0 & \hat{\mathbf{D}}_0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}}_1 \\ \hat{\mathbf{F}}_K \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{C}} = [\mathbf{I}_p \ \mathbf{0}].$$

根据引理 1, 考虑系统:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_i(k+1) = \mathbf{A}_A \boldsymbol{\sigma}_i(k) + \mathbf{A}_B \hat{\mathbf{u}}_i(k), \\ \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i(k) = \mathbf{Y}_{\lambda_i} \mathbf{A}_C \boldsymbol{\sigma}_i(k), \end{cases} \quad (5)$$

其中 $i = 2, 3, \dots, M$ 。

根据实虚部的分解和引理 1 可知,一致性协议(2)使得系统(3)达到输出一致当且仅当 $(\mathbf{A}_A, \mathbf{A}_B, \mathbf{Y}_{\lambda_i} \mathbf{A}_C) (i = 2, 3, \dots, M)$ 可以通过静态输出反馈控制器 \mathbf{A}_K 同时镇定。易验证 $(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}})$ 是可镇定的,且 $(\mathbf{Y}_{\lambda_i} \mathbf{A}_C, \mathbf{A}_A)$ 是可观测的。下面使用 MPC 策略确定增益矩阵 \mathbf{A}_K 。

性能指标函数为

$$J_i(\boldsymbol{\sigma}_i(k)) = \sum_{n=0}^{N-1} (\|\boldsymbol{\sigma}_i(k+n)\|_{\mathbf{Q}_i}^2 + \|\hat{\mathbf{u}}_i(k+n)\|_{\mathbf{R}_i}^2) + \|\boldsymbol{\sigma}_i(k+N)\|_{\Phi_i}^2, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{Q}_i \geq 0, \mathbf{R}_i > 0$ 和 $\Phi_i \geq 0$ 。

在系统(5)的约束下,最小化性能指标(6)的最优控制器为

$$\hat{\mathbf{u}}_i^*(k+n) = -\mathbf{A}_{K^*(n)} \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i(k+n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1. \quad (7)$$

性能指标(6)可以写为 $J_i^*(\boldsymbol{\sigma}_i(k)) = \boldsymbol{\sigma}_i^H(k) \mathbf{P}_i^*(0) \boldsymbol{\sigma}_i(k)$, 其中正定矩阵 $\mathbf{P}_i^*(\cdot)$ 满足下面的线性矩阵等式:

$$\begin{aligned} & \mathbf{Q}_i + \mathbf{II}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{A}_{K^*(n)} \mathbf{II}_i + \\ & (\mathbf{A}_A - \mathbf{A}_B \mathbf{II}_i)^H \mathbf{P}_i^*(n+1) (\mathbf{A}_A - \mathbf{A}_B \mathbf{II}_i) = \\ & \mathbf{P}_i^*(n), \end{aligned} \quad (8)$$

其中: $n = 0, 1, \dots, N-1, \mathbf{II}_i = \mathbf{A}_{K^*(n)} \mathbf{Y}_{\lambda_i} \mathbf{A}_C$, 以及终端值为 $\Phi_i = \mathbf{P}_i^*(N)$; 在 k 时刻的预测控制为 $\hat{\mathbf{u}}_i(k) = -\mathbf{A}_{K^*(0)} \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i(k)$ 。

定理 1 如果对于任意的矩阵 \mathbf{F}, Φ_i 满足下面不等式:

$$\begin{aligned} & \Phi_i \geq \mathbf{Q}_i + \mathbf{F}_i^H \mathbf{R}_i \mathbf{F}_i + \\ & (\mathbf{A}_A - \mathbf{A}_B \mathbf{F}_i)^H \Phi_i (\mathbf{A}_A - \mathbf{A}_B \mathbf{F}_i), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $\mathbf{F}_i = \mathbf{A}_F \mathbf{Y}_{\lambda_i} \mathbf{A}_C$, 则具有 MPC 的系统(5)在 $1 \leq N < \infty$ 时渐近稳定。

证明 从性能指标(6)中可以得到

$$J_i^*(\boldsymbol{\sigma}_i(k+1)) - J_i^*(\boldsymbol{\sigma}_i(k)) =$$

$$\sum_{n=0}^{N-1} (\| \sigma_i^1(k+n) \|_{Q_i}^2 + \| \hat{u}_i^1(k+n) \|_{R_i}^2) + \| \sigma_i^1(k+N) \|_{\Phi_i}^2 - \sum_{n=0}^{N-1} (\| \sigma_i^2(k+n) \|_{Q_i}^2 + \| \hat{u}_i^2(k+n) \|_{R_i}^2) + \| \sigma_i^2(k+N) \|_{\Phi_i}^2, \quad (10)$$

其中 $\hat{u}_i^1(k+n)$ 和 $\hat{u}_i^2(k+n)$ 分别是最小化 $J_i^*(\sigma_i(k+1))$ 和 $J_i^*(\sigma_i(k))$ 所得的最优控制序列。令

$$\hat{u}_i^1(k+n+1) = \begin{cases} \hat{u}_i^2(k+n+1) & n=0, 1, \dots, N-2, \\ \Lambda_F \bar{\sigma}_i^2(k+N) & n=N-1. \end{cases}$$

代入式(10)可得

$$J_i^*(\sigma_i(k+1)) - J_i^*(\sigma_i(k)) \leq \| \sigma_i^2(k+N) \|_{Q_i}^2 + \| \Gamma \sigma_i^2(k+N) \|_{R_i}^2 + \| \Psi \sigma_i^2(k+N) \|_{\Phi_i}^2 - \| \sigma_i^2(k) \|_{Q_i}^2 - \| \hat{u}_i^2(k) \|_{R_i}^2 - \| \sigma_i^2(k+N) \|_{\Phi_i}^2 = \| \sigma_i^2(k+N) \|_{Q_i}^2 - \| \sigma_i^2(k) \|_{Q_i}^2 - \| \hat{u}_i^2(k) \|_{R_i}^2, \quad (11)$$

其中: $\Theta_i = Q_i + \Gamma^H R_i \Gamma_i + (\Lambda_A - \Lambda_B \Gamma_i)^H \Phi_i (\Lambda_A - \Lambda_B \Gamma_i) - \Phi_i$ 。

显然, 如果 $\Theta_i \leq 0$, 则 $J_i^*(\sigma_i(k+1)) - J_i^*(\sigma_i(k)) \leq 0$ 成立。因为 $J_i^*(\sigma_i(k))$ 是非增的, 且 $J_i^*(\sigma_i(k)) \geq 0, \lim_{k \rightarrow \infty} J_i^*(\sigma_i(k))$ 存在, 则 $\lim_{k \rightarrow \infty} [J_i^*(\sigma_i(k+1)) - J_i^*(\sigma_i(k))] = 0$ 。

因此, 则有 $J_i^*(\sigma_i(k+1)) - J_i^*(\sigma_i(k)) \leq - \| \sigma_i(k+n) \|_{Q_i}^2 - \| \hat{u}_i^2(k+n) \|_{R_i}^2$ 。结合式(10)、(11)可得 $\lim_{k \rightarrow \infty} [\| \sigma_i(k+n) \|_{Q_i}^2 + \| \hat{u}_i^2(k+n) \|_{R_i}^2] = 0$ 。由于 $Q_i \geq 0$ 和 $R_i > 0$, 则 $\lim_{k \rightarrow \infty} [\sigma_i^H(k) \sigma_i(k)] = 0$ 。证毕。

为了求得控制器 $\hat{u}_i(k)$, 考虑下面的问题:

问题 1 $\min_{\{X_i(\cdot), Y(\cdot), Z(\cdot), U(\cdot), V(\cdot)\}} \sum_{i=2}^M \gamma_i$ s.t.

$$Z(n) Y_{\lambda_i} \Lambda_C = Y_{\lambda_i} \Lambda_C Y(n), \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma_i I_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{1i}(n) \\ * & -\gamma_i I_{p+w} & \mathbf{0} & \Xi_{2i}(n) \\ * & * & -X_i(n+1) & \Xi_{3i}(n) \\ * & * & * & \Xi_{4i}(n) \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma_i I_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_{1i}(N) \\ * & -\gamma_i I_{p+w} & \mathbf{0} & \Xi_{2i}(N) \\ * & * & -X_i(N) & \Xi_{3i}(N) \\ * & * & * & \Xi_{4i}(N) \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} W_i & I \\ I & X_i(0) \end{bmatrix} > 0, \quad (15)$$

$$\text{tr}(W_i) < 1, \quad (16)$$

其中: $\Xi_{1i}(n) = R_i^{\frac{1}{2}} V(n) Y_{\lambda_i} \Lambda_C$, $\Xi_{2i}(n) = Q_i^{\frac{1}{2}} Y(n)$, $\Xi_{3i}(n) = \Lambda_A Y(n) + \Lambda_B V(n) Y_{\lambda_i} \Lambda_C$, $\Xi_{4i}(n) = X_i(n) - (Y(n) - Y^H(n))$, $i=1, 2, \dots, M$ 。

定理 2 如果问题 1 存在解, 则系统(5)可以通过输出反馈预测控制器镇定, 其中最优化输出反馈预测控制器为 $\Lambda_{K^*(0)} = V(0) Z^{-1}(0)$ 。因此, 具有 MPC 增益矩阵的系统(3)可以达到输出一致。

证明 假设问题 1 存在一个解, 首先考虑矩阵不等式(13)。

将 $V(n) = F(n) Z(n)$ 和式(12)代入式(13)中, 得到下面不等式:

$$\begin{bmatrix} -\gamma_i I_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\gamma_i I_{p+w} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -X_i(n+1) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & X_i(n) \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_i(n) \\ Q_i^{\frac{1}{2}} \\ \Lambda_{A_{c_i}}(n) \\ -I \end{bmatrix} Y(n) \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & I \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ I \end{bmatrix} Y^T(n) \begin{bmatrix} \Psi_i^T(n) & Q_i^{\frac{1}{2}} & \Lambda_{A_{c_i}}^T(n) & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

其中: $\Lambda_{A_{c_i}}(n) = \Lambda_A + \Lambda_B \Lambda_{K(n)} Y_{\lambda_i} \Lambda_C$, $\Psi_i(n) = R_i^{\frac{1}{2}} \Lambda_{K(n)} Y_{\lambda_i} \Lambda_C$ 。利用文献[19]中的投影引理, 可得

$$A_i(n) = \begin{bmatrix} -\gamma_i I_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\gamma_i I_{p+w} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -X_i(n+1) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & X_i(n) \end{bmatrix},$$

$$B_i^{\perp}(n) = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} & \mathbf{0} & R_i^{\frac{1}{2}} \Lambda_{K(n)} \\ \mathbf{0} & I & \mathbf{0} & Q_i^{\frac{1}{2}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I & \Lambda_{A_{c_i}}(n) \end{bmatrix},$$

$$C_i^{\perp}(n) = \begin{bmatrix} I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I \end{bmatrix}.$$

消去式(17)的中间变量 Y , 则有 $B_i^\perp A_i B_i^{\perp T} < 0$, 初始状态取为

初始状态取为

$$\begin{aligned} x_1(0) &= [0 \quad -10 \quad 0]^T, \\ x_2(0) &= [2 \quad 10 \quad 1]^T, \\ x_3(0) &= [0 \quad -1 \quad 1]^T, \\ x_4(0) &= [1 \quad 1 \quad 1]^T. \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma_i I_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\gamma_i I_{p+w} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -X_i(n+1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_i(n) \\ Q_i^{\frac{1}{2}} X_i(n) [\Psi_i^T(n) \quad Q_i^{\frac{1}{2}} A_{A_i}^T(n)] < 0. \quad (18) \\ A_{A_i}(n) \end{bmatrix}$$

有向图 G 的拓扑结构如图 1 所示, 其邻接矩阵为

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

将 Schur 补引理应用于不等式(18), 有

$$\begin{bmatrix} -\gamma_i I_p & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Psi_i(n) \\ * & -\gamma_i I_{p+w} & \mathbf{0} & Q_i^{\frac{1}{2}} \\ * & * & -X_i(n+1) & A_{A_i}(n) \\ * & * & * & X_i(n) \end{bmatrix} < 0. \quad (19)$$

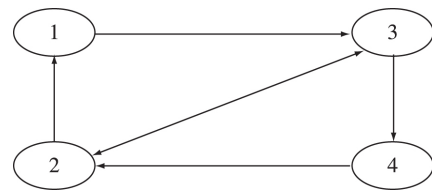


图 1 多智能体系统的通讯拓扑图

Fig.1 The communication topology of the multi-agent systems

对式(19)中的矩阵左右同时乘 $\text{diag}(I_p, I_{p+w}, X_i^{-1}(n+1), I_{p+w})$, 应用 Schur 补引理, 可得式(8)和 $P_i(\cdot) \triangleq \gamma_i X_i^{-1}(\cdot)$ 。值得注意的是, 不等式 $C_i^\perp A_i C_i^{\perp T} < 0$ 是满足式(19)的。由于式(14)与式(13)具有相同的形式, 因此可以用处理式(13)的方法处理式(14)。对式(15)应用 Schur 补引理, 可得 $(1/\gamma_i) P_i(0) < W_i$; 然后, 由式(16)可进一步得到 $\text{tr}(P_i(0)) < \gamma_i$ 。因此, 对于非凸不等式(8)、(9), 证明 LMI 条件(13)~(16)的充分性成立。根据引理 1, 具有 MPC 增益矩阵的系统(3)可以实现输出一致。证毕。

矩阵 Q_i 和 R_i 分别为 $Q_i = \text{diag}(1, 1, 1)$ 和 $R_i = \text{diag}(1, 1)$, 预测时域取 $N = 3$ 。利用定理 2 得到增益矩阵为

$$K = \begin{bmatrix} 0.262 & 0 \\ 0.395 & 0 \end{bmatrix}.$$

3 仿真算例

离散时间多智能体系统的输出轨迹 $y(k)$ 和控制协议的变化轨迹 $u(k)$ 如图 2~3 所示。图 2 中 4 个智能体的输出轨迹随着时间的变化而逐渐趋于输出一致函数 $c(k)$, 图 3 中各智能体的控制轨迹随着时间的变化而逐渐趋于零, 说明本文所设计的控制方案能够使得离散多智能体系统实现输出一致。

本节给出一个仿真算例来验证所提策略的有效性。

4 结语

对于离散时间多智能体系统, 考虑由系统(1)描述的智能体动力学方程, 其中

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0.3 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \\ C &= [1 \quad 1 \quad 0]. \end{aligned}$$

本文基于 MPC 策略提出一种求解最优控制协议的方法, 以设计代价函数获得最优增益矩阵, 从而解决一般高阶离散多智能体系统的输出一致性问题。由于某些情况下输出可能不受所有状态的影响, 使得输出一致性问题变得更加复杂, 未来主要考虑研究基于 MPC 策略的异构多智能体系统的输出一致性问题。

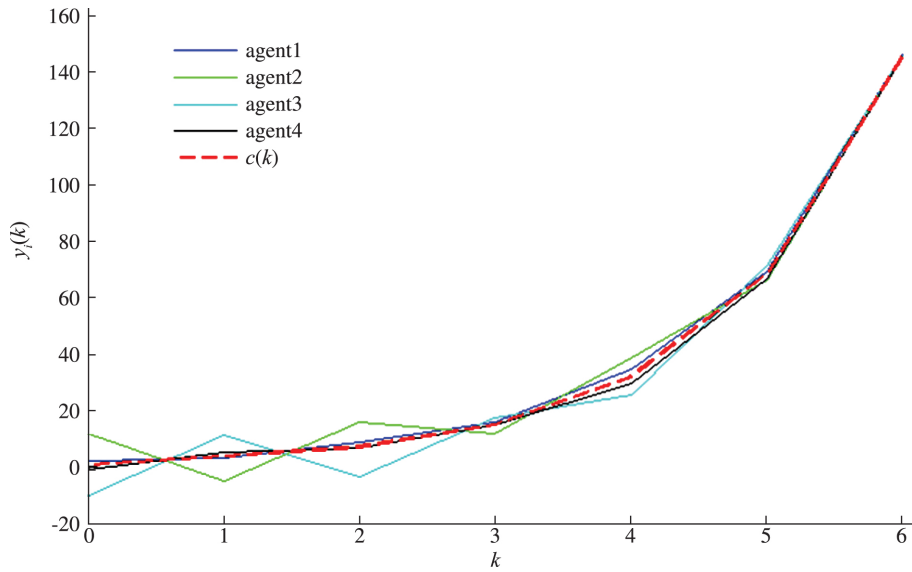
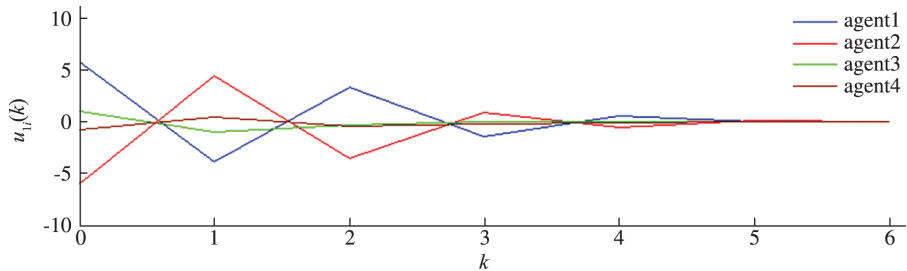
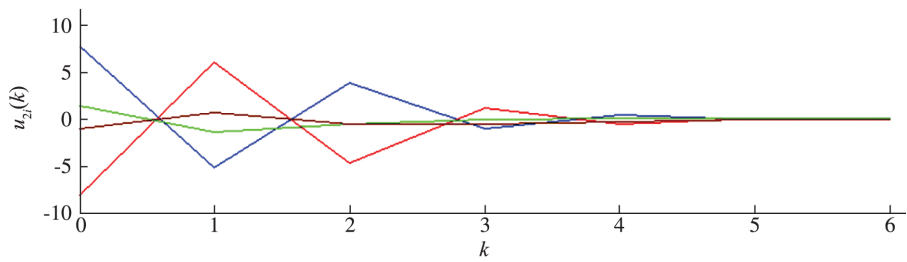


图 2 多智能体系统的输出轨迹

Fig.2 Output trajectories of the multi-agent systems



(a) $u_{1i}(k)$ 的变化曲线



(b) $u_{2i}(k)$ 的变化曲线

图 3 多智能体系统控制协议的变化轨迹

Fig.3 Control trajectories of the multi-agent systems

参考文献:

[1] XIAO F ,WANG L ,CHEN J.Partial state consensus for networks of second-order dynamic agents [J]. Systems and Control Letters ,2010 ,59(12) : 775-781.

[2] FAX J A ,MURRAY R M.Information flow and cooperative control of vehicle formations [J]. IEEE Transactions on Automatic Control ,2004 ,49(1) : 115-120.

[3] REN W.Consensus seeking formation keeping and trajectory tracking in multiple vehicle cooperative control [J].

International Journal of Robust and Nonlinear Control , 2007 ,10(5) : 911-922.

[4] VICSEK T ,CZIROK A ,BEN-JACOB E ,et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles [J]. Physical Review Letters ,2006 ,75(6) : 1226-1229.

[5] OLFATI-SABER R ,MURRAY R M.Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J].IEEE Transactions on Automatic Control , 2004 , 49(9) : 1520-1533.

[6] REN W ,ATKINS E M.Distributed multi-vehicle coor-

- dinated control via local information exchange [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(11): 1002–1033.
- [7] XIAO F, WANG L S. Consensus problems for high-dimensional multi-agent systems [J]. *IET Control Theory and Applications* 2007, 1(3): 830–837.
- [8] MA C Q, ZHANG J F. Necessary and sufficient conditions for consensusability of linear multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2010, 55(5): 1263–1268.
- [9] FERRARI-TRECCATE G, GALBUSERA L, MARCIANDI M et al. Model predictive control schemes for consensus in multi-agent systems with single and double-integrator dynamics [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(11): 2560–2572.
- [10] XI J X, XU Z, LIU G B, et al. Stable-protocol output consensus for high-order linear swarm systems with time-varying delays [J]. *IET Control Theory and Applications* 2013, 7(7): 975–984.
- [11] ZHAN J Y, LI X. Consensus of sampled-data multi-agent networking systems via model predictive control [J]. *Automatica* 2013, 49(8): 2502–2507.
- [12] MULLER M A, REBLE M, ALLGOWER F. Cooperative control of dynamically decoupled systems via distributed model predictive control [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 2012, 22(12): 1376–1397.
- [13] MULLER M A, REBLE M, ALLGOWER F. A general distributed MPC framework for cooperative control [J]. *International Federation of Automatic Control Proceedings Volumes* 2011, 44(1): 7987–7992.
- [14] CHOPRA N, SPONG M W. Output synchronization of nonlinear systems with relative degree one [J]. *Lecture Notes in Control and Information* 2008, 371: 51–64.
- [15] LIU Y, JIA Y M. Consensus problem of high-order multi-agent systems with external disturbances: an H_∞ analysis approach [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 2010, 20(14): 1579–1593.
- [16] XI J X, SHI Z Y, ZHONG Y S. Output consensus for high-order linear time-invariant swarm systems [J]. *International Journal of Control* 2012, 85(4): 350–360.
- [17] XI J X, SHI Z Y, ZHONG Y S. Output consensus analysis and design for high-order linear swarm systems: partial stability method [J]. *Automatica* 2012, 48(9): 2335–2343.
- [18] LI H P, YAN W S. Receding horizon control based consensus scheme in general linear multi-agent systems [J]. *Automatica* 2015, 56: 12–18.
- [19] GODSIL C, ROYLE G F. Algebraic graph theory [M]. New York: Springer Science and Business Media 2013.

Output Consensus Based Model Predictive Control for General Discrete-time Linear Multi-agent Systems

SONG Guanghao, LIU Xiaohua, GAO Rong

(School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai 264039, China)

Abstract: In this paper a control protocol based on model predictive control scheme was proposed to solve the output consensus problem of general linear discrete multi-agent systems with the fixed topology. By using partial stability theory, the necessary and sufficient conditions for the consensus of discrete-time multi-agent systems were derived. Then the consensus protocol was designed by using model predictive control (MPC) and linear matrix inequality (LMI) theories. Finally a numerical example was given to show the effectiveness of the algorithm.

Keywords: discrete-time multi-agent systems; output consensus; partial stability; model predictive control

(责任编辑 顾建忠)