

Markov 多丢包的神经网络控制系统量化 l_2-l_∞ 滤波器

马运强, 甘 泉

(安徽机电职业技术学院 电气工程学院, 安徽 芜湖 241000)

摘要: 考虑具有多通道随机丢包的神经网络控制系统, 研究了一类存在外部干扰信号的量化 l_2-l_∞ 滤波器设计问题。首先, 使用对数量化器组量化处理传感器测量数据, 在此基础上利用离散 Markov 链构建多通道数据包丢失的传输模型, 通过构造模式依赖的滤波器减少扰动信号的影响。然后, 将滤波误差动力系统建模为不确定离散的闭环系统, 通过李雅普诺夫函数推导出滤波动力误差系统随机稳定的不等式判据, 借助线性矩阵不等式(LMI) 给出滤波器系数矩阵求解的方法。最后, 通过数值仿真示例验证所设计的 l_2-l_∞ 滤波器较好地跟踪控制系统状态。

关键词: 多通道; 丢包; l_2-l_∞ 滤波器; 随机稳定

中图分类号: TP273 文献标志码: A 文章编号: 1673-8020(2022)01-0034-09

伴随 5G 技术的快速发展, 利用网络技术将被控对象、传感器和滤波器等连接而构建的网络控制系统(NCSs) 逐渐成为人们研究的热点^[1-3]。由于 NCSs 具有简化线路连接、降低成本、易于维护等优点, 在大规模复杂控制系统中得到广泛的应用^[4-5]。然而, 网络数据传输易受到周围环境的影响, 造成数据包丢失, 降低控制系统的稳定性及抑制外部噪声能力^[6-7]。因此, 需要设计具有丢包的滤波器消除外部干扰信号对控制系统的影响。NCSs 常涉及的滤波器有 l_2-l_∞ 滤波器^[8]、 H_2/H_∞ 滤波器^[9]、 H_∞ 滤波器^[10]。

近年来, 网络控制系统数据包丢失的研究受到众多学者的青睐^[11-13], 并得到丰硕的研究成果。Xue 等^[14] 分析一类丢包的模糊切换网络控制系统, 运用快慢切换方式推导控制系统的稳定性。Li 等^[15] 利用随机伯努利序列刻画时滞网络丢包过程, 设计了一类时延和丢包的 H_∞ 全阶滤波器, 保证滤波误差系统稳定。Ren 等^[16] 针对多通道丢包与通信约束网络随机系统, 研究了最小均方 Kalman 滤波问题, 使用马尔可夫链描述通信约束模型, 设计状态估计器观测丢包数据, 但是未推广至 l_2-l_∞ 滤波器。Liu 等^[17] 考虑多包丢失的时变网络控制系统, 探究了 H_∞ 滤波器设计问题。利用随机伯努利序列描述网络多通道不确定性丢包现象, 但是未给出最优性能指标。宋志华^[18] 针对传感器与滤波器之间的多通道数据传输存在通信受限、丢包等问题, 提出了一类模式依赖的 H_2/H_∞ 滤波器设计方法, 利用离散马尔可夫链刻画通信受限数据传输特征, 将滤波误差系统建模为马尔可夫链跳变系统, 基于 LMI 证明滤波误差系统随机稳定, 但是并未考虑量化问题。

当前研究成果主要关注单通道数据包丢失的滤波器分析设计, 有关多通道数据包丢失滤波器的研究较少。本文将在现有研究成果的基础上, 分析 NCSs 多通道数据包丢失数学模型, 利用 Markov 链刻画数据包丢失的特征; 通过李雅普诺夫函数给出滤波误差动力系统抑制干扰能力的充分条件, 并推导出 l_2-l_∞ 滤波器的存在条件。

1 问题描述

分析如图 1 所示的一类存在数据包丢失的网络控制系统, 被控对象的状态数据表达式描述为:

收稿日期: 2020-03-29; 修回日期: 2021-09-01

基金项目: 安徽省高校自然科学基金项目(KJ2019A1162); 安徽省质量工程项目(2020dsgzs12, 2019jyxm0752); 安徽省职业教育提质培优行动计划示范性继续教育基地(2020tzy1801)

第一作者简介: 马运强(1989—), 男, 安徽亳州人, 讲师, 硕士, 研究方向为滤波器技术。E-mail: ahjdmyq@126.com

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_0w(k), \\ y(k) = Cx(k) + Dw(k), \\ z(k) = \Gamma_0x(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中, 系统状态向量 $x(k) \in \mathbf{R}^m$, 系统测量向量 $y(k) \in \mathbf{R}^n$, 待估数据 $z(k) \in \mathbf{R}^p$, 能量有界的干扰信号 $w(k) \in l_2[0, \infty)$; A, B_0, C, D 和 Γ_0 是具有适当维数的已知矩阵。

考虑模式依赖的滤波器:

$$\begin{cases} x_f(k+1) = A_{fi}x_f(k) + B_{fi}\bar{y}(k), \\ z_f(k) = C_{fi}x_f(k), \end{cases} \quad (2)$$

其中, $x_f(k) \in \mathbf{R}^m, \bar{y}(k) \in \mathbf{R}^n, z_f(k) \in \mathbf{R}^p$ 分别表示滤波器的状态向量、输入向量和输出向量, A_{fi}, B_{fi} 和 C_{fi} 为滤波器待求解的系数矩阵, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

先将传感器测量数据经对数量化器处理后再发送给滤波器, 以降低网络资源的消耗。考虑对数量化器具有对称性, 那么 $q[-y_i(k)] = -q[y_i(k)]$ 。单个对数量化器的量化集合 $U_i = \{\pm U_i^j; U_i^j = \beta_i^j U_0^i, j = \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{\pm U_0^i\} \cup \{0\}$, 其中, U_i^j 为第 i 个量化器的量化水平, β_i^j 为量化密度, 为了便于书写标记为 $\beta_i, 0 < \beta_i < 1, i = 1, 2, \dots, n$ 。对数量化器函数描述如下:

$$q[y_i(k)] = \begin{cases} U_i^j & y_i(k) > 0, \frac{U_i^j}{1 + \alpha_i} < y_i(k) \leq \frac{U_i^j}{1 - \alpha_i}, \\ 0 & y_i(k) = 0, \\ -q[-y_i(k)] & y_i(k) < 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\alpha_i = \frac{1 - \beta_i}{1 + \beta_i}, i = 1, 2, \dots, n$ 。测量数据分量 $y_i(k)$ 经对数量化器量化, 得到输出数据 $\hat{y}_i(k) = q[y_i(k)]$ 。测量数据 $y(k)$ 经对数量化器组量化的输出数据 $\hat{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_n(k)]^T$ 。运用扇形界法, 对数量化器的量化输出数据描述为:

$$\hat{y}(k) = (I + \Delta(k))y(k), \quad (4)$$

其中, 量化误差 $\Delta(k) = \text{diag}(\Delta_1(k), \Delta_2(k), \dots, \Delta_n(k)), \Delta_i(k) \in [-\alpha_i, \alpha_i]$ 。

引入二值变量函数 $\varphi_i(k)$ 刻画数据包丢失的状态, $\varphi_i(k)$ 取值 1 或 0。 k 时刻共有 n 个数据包需要发送, 由于存在数据包丢失, 只有 n_0 个数据包发送成功。 $\varphi_i(k) = 1$ 描述 k 时刻第 i 个传感器节点数据包发送成功, 即 $\bar{y}_i(k) = \hat{y}_i(k)$; $\varphi_i(k) = 0$ 描述 k 时刻第 i 个传感器节点数据包发送失败, 即 $\bar{y}_i(k) = 0$ 。因此 k 时刻第 i 个滤波器节点输入数据 $\bar{y}(k)$ 为:

$$\bar{y}_i(k) = \varphi_i(k)\hat{y}_i(k), \quad (5)$$

$$\bar{y}(k) = S_\varphi \hat{y}(k), \quad (6)$$

其中, 模态矩阵 $S_\varphi = \text{diag}(\varphi_1(k), \varphi_2(k), \dots, \varphi_n(k))$ 。

考虑网络数据包发送丢失的随机性, 下面利用 Markov 链刻画数据包丢失的特征。令 $\varepsilon(k)$ 表示 Markov 链, 若 $\varepsilon(k) = i$, 则 $S_\varphi = S_i$ 。其中, S_i 表示第 i 个 Markov 链相应的模态矩阵, Λ_{ij} 表示从 i 模态跳变 j 模态的概率; 满足 Markov 链的模态矩阵 S_φ 的概率矩阵为 $\Lambda = (\Lambda_{ij}) \in \mathbf{R}^{2 \times 2}, \Lambda_{ij} = P\{S_\varphi(k+1) = S_j | S_\varphi(k) = S_i\}, j = 1, 2, \dots, n$ 。

根据式 (1)、(2)、(4) 和 (6), 定义增广向量 $X(k) = [x^T(k), x_f^T(k), \bar{y}^T(k-1)]^T$, 滤波误差 $e(k) = z(k) - z_f(k)$, 则滤波误差动力系统描述为:

$$\begin{cases} X(k+1) = \Phi X(k) + Bw(k), \\ e(k) = \Gamma X(k), \end{cases} \quad (7)$$

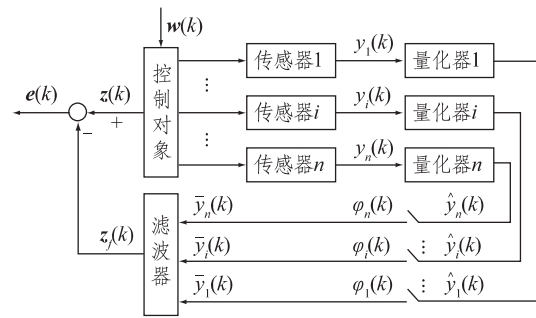


图 1 多数据包丢失的 NCSs 结构

Fig.1 Structure of NCSs with multiple packet dropouts

其中,

$$\Phi = \begin{bmatrix} A & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ B_{fi} S_\varphi(I + \Delta(k)) C & A_{fi} & \mathbf{0} \\ S_\varphi(I + \Delta(k)) C & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_{fi} S_\varphi(I + \Delta(k)) D \\ S_\varphi(I + \Delta(k)) D \end{bmatrix} \quad \Gamma = [F_0 \quad -C_{fi} \quad \mathbf{0}] ,$$

设计模式依赖的 $l_2 - l_\infty$ 滤波器需满足以下性能:

1) 在干扰信号 $w(k) = \mathbf{0}$ 时, 滤波误差动力系统具有随机稳定, 即:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^h E\{x^T(k) x(k)\} < \infty; \quad (8)$$

2) 在 $w(k) \in l_2[0, \infty)$ 及零初始状态时, 滤波误差动力系统对于任意给定抑制干扰能力 $\gamma > 0$ 具有 $l_2 - l_\infty$ 性能, 即:

$$\sup_k \{e^T(k) e(k)\} \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} w^T(k) w(k). \quad (9)$$

2 $l_2 - l_\infty$ 滤波器性能分析

定理 1 对于给定抑制干扰能力 $\gamma > 0$, 正定矩阵 P_i , 若下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P_i & * & * \\ \mathbf{0} & -I & * \\ \Phi & B & -\bar{P}_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} -P_i & * \\ \Gamma & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (11)$$

则滤波误差动力系统随机稳定, 且具有 $l_2 - l_\infty$ 性能。

证明 选取李雅普诺夫函数

$$V(k) = X^T(k) P_i X(k), \quad (12)$$

其中, P_i 为正定矩阵。

1) 对函数 $V(k)$ 作前向差分, 得:

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= E\{V(k+1)\} - V(k) = X^T(k+1) \bar{P}_i X(k+1) - X^T(k) P_i X(k) = \\ &X^T(k) (\Phi^T \bar{P}_i \Phi - P_i) X(k) = X^T(k) \bar{\Omega} X(k), \end{aligned} \quad (13)$$

式(10)包含 $\bar{\Omega} < 0$, 即 $\Delta V(k) < 0$ 。

同时求得:

$$\Delta V(k) \leq -\lambda_{\min}(-\bar{\Omega}) X^T(k) X(k) \leq -\xi x^T(k) x(k), \quad (14)$$

其中, $\lambda_{\min}(-\bar{\Omega})$ 为 $-\bar{\Omega}$ 的最小特征值 $\xi = \inf\{\lambda_{\min}(-\bar{\Omega})\}$ 。对式(14)两侧累加取和, 得:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^h E\{x^T(k) x(k)\} \leq \xi^{-1} E\{V(0) - V(\infty)\} \leq \xi^{-1} E\{x^T(0) x(0)\} < \infty, \quad (15)$$

那么, 当 $h \rightarrow \infty$ 时, 滤波误差动力系统满足随机稳定。

2) 在干扰信号 $w(k) \in l_2[0, \infty)$ 及零初始状态时, 证明滤波误差动力系统满足 $l_2 - l_\infty$ 性能。

$$\begin{aligned} J(k) &= E\left\{V(k) - \sum_{r=0}^{k-1} w^T(r) w(r)\right\} = E\left\{V(k) - V(0) - \sum_{r=0}^{k-1} w^T(r) w(r)\right\} = \\ &\sum_{r=0}^{k-1} \{E(\Delta V(r) - w^T(r) w(r))\} = \sum_{r=0}^{k-1} \{\eta^T(r) \Omega \eta(r)\}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中, $\eta(r) = \begin{bmatrix} X(r) \\ w(r) \end{bmatrix}$, $\Omega = \begin{bmatrix} \Phi^T \bar{P}_i \Phi - P_i & * \\ B^T \bar{P}_i \Phi & B^T \bar{P}_i B - I \end{bmatrix}$ 。由 Schur 补引理, 式(10)等价于 $\Omega < 0$, 得

$E\{V(k)\} < \sum_{r=0}^{k-1} \mathbf{w}^T(r) \mathbf{w}(r)$, 进一步变形为:

$$E\{X^T(k) P_i X(k)\} < \sum_{r=0}^{k-1} \mathbf{w}^T(r) \mathbf{w}(r) . \quad (17)$$

式(11)等价于:

$$\Gamma^T \Gamma < \gamma^2 P_i , \quad (18)$$

将式(18)两侧同时左乘 $X^T(k)$ 右乘 $X(k)$, 得到:

$$X^T(k) \Gamma^T \Gamma X(k) < \gamma^2 X^T(k) P_i X(k) , \quad (19)$$

由式(17)和式(19)可得:

$$E\{X^T(k) \Gamma^T \Gamma X(k)\} < \sum_{r=0}^{k-1} \gamma^2 \mathbf{w}^T(r) \mathbf{w}(r) , \quad (20)$$

式(20)进一步等价于:

$$E\{e^T(k) e(k)\} < \gamma^2 \sum_{r=0}^{\infty} \mathbf{w}^T(r) \mathbf{w}(r) , \quad (21)$$

即 $\sup_k \{e^T(k) e(k)\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{w}^T(k) \mathbf{w}(k)$ 则滤波误差系统具有 $l_2 - l_\infty$ 性能。综合 1)、2) 定理 1 成立。

3 $l_2 - l_\infty$ 滤波器设计

定理 2 对于给定抑制干扰能力 $\gamma > 0$ 若存在适当维数的正定矩阵 P_i 矩阵 J E_i F_i 和 G_i , 使得下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P_i & * & * & * & * \\ \mathbf{0} & -I & * & * & * \\ \Xi_1 & \Xi_2 & \Xi_3 & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \Xi_4 & -\varepsilon^{-1}I & * \\ \bar{\Phi}_2 & D & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 , \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} -P_i & * \\ \Gamma & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 , \quad (23)$$

那么 滤波误差动力系统满足随机稳定并具有 $l_2 - l_\infty$ 性能; 滤波器系数矩阵分别为: $A_{fi} = J_{22}^{-T} E_i$ $B_{fi} = J_{22}^{-T} F_i$ $C_{fi} = G_i$, 其中,

$$\Xi_1 = \left[\underbrace{\Pi_1^T \cdots \Pi_1^T}_n \right]^T , \Xi_2 = \left[\underbrace{\Pi_2^T \cdots \Pi_2^T}_n \right]^T , \Xi_3 = \text{diag} \left(\underbrace{\frac{(P_1 - J - J^T)}{\Lambda_{i1}} \cdots \frac{(P_n - J - J^T)}{\Lambda_{in}}}_n \right) ,$$

$$\Xi_4 = \left[\underbrace{\Pi_4 \cdots \Pi_4}_n \right] , \Pi_1 = \begin{bmatrix} J_{11}^T A + F_i S_\varphi C + J_{31}^T S_\varphi C & E_i & \mathbf{0} \\ J_{12}^T A + F_i S_\varphi C + J_{32}^T S_\varphi C & E_i & \mathbf{0} \\ J_{13}^T A + J_{33}^T S_\varphi C & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} , \Pi_2 = \begin{bmatrix} J_{11}^T B_0 + F_i S_\varphi D + J_{31}^T S_\varphi D \\ J_{12}^T B_0 + F_i S_\varphi D + J_{32}^T S_\varphi D \\ J_{13}^T B_0 + J_{33}^T S_\varphi D \end{bmatrix} ,$$

$$\Pi_4 = [\alpha S_\varphi^T F_i^T + \alpha S_\varphi^T J_{31} \quad \alpha S_\varphi^T F_i^T + \alpha S_\varphi^T J_{32} \quad \alpha S_\varphi^T J_{33}] , \Gamma = [\Gamma_0 \quad -G_i \quad \mathbf{0}] , \bar{\Phi}_2 = [C \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}] .$$

证明 将 $\bar{P}_i = \sum_{j=1}^n \Lambda_{ij} P_j = \Lambda_{i1} P_1 + \Lambda_{i2} P_2 + \cdots + \Lambda_{in} P_n$ 的展开式代入 $\Omega < 0$, 求得:

$$\begin{bmatrix} -P_i & * \\ \mathbf{0} & -I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi^T \Lambda_{i1} P_1 \Phi & * \\ B^T \Lambda_{i1} P_1 \Phi & B^T \Lambda_{i1} P_1 B \end{bmatrix} + \cdots + \begin{bmatrix} \Phi^T \Lambda_{in} P_n \Phi & * \\ B^T \Lambda_{in} P_n \Phi & B^T \Lambda_{in} P_n B \end{bmatrix} < 0 , \quad (24)$$

根据 Schur 补引理 式(24) 可以变形为:

$$\begin{bmatrix} -P_i & * & * & * & * & * \\ \mathbf{0} & -I & * & * & * & * \\ \Phi & B & \frac{-P_1^{-1}}{\Lambda_{i1}} & * & * & * \\ \Phi & B & \mathbf{0} & \frac{-P_2^{-1}}{\Lambda_{i2}} & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & * \\ \Phi & B & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{-P_n^{-1}}{\Lambda_{in}} \end{bmatrix} < 0. \tag{25}$$

由于 ΦB 中含有不确定参数 $\Delta(k)$, 使用不确定参数分解法分离得:

$$\Phi = \bar{\Phi} + \bar{\Phi}_1 F(k) \bar{\Phi}_2, B = \bar{B} + \bar{\Phi}_1 F(k) D, \tag{26}$$

其中, $\bar{\Phi} = \begin{bmatrix} A & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ B_{fi} S_\varphi C & A_{fi} & \mathbf{0} \\ S_\varphi C & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$, $\bar{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \alpha B_{fi} S_\varphi \\ \alpha S_\varphi \end{bmatrix}$, $\bar{B} = \begin{bmatrix} B_0 \\ B_{fi} S_\varphi D \\ S_\varphi D \end{bmatrix}$, $F(k) = \frac{\Delta(k)}{\alpha}$, $\bar{\Phi}_2 = [C \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}]$.

将式(26)代入式(25)进一步得到:

$$\begin{bmatrix} -P_i & * & * & * & * & * \\ \mathbf{0} & -I & * & * & * & * \\ \bar{\Phi} & \bar{B} & \frac{-P_1^{-1}}{\Lambda_{i1}} & * & * & * \\ \bar{\Phi} & \bar{B} & \mathbf{0} & \frac{-P_2^{-1}}{\Lambda_{i2}} & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & * \\ \bar{\Phi} & \bar{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \frac{-P_n^{-1}}{\Lambda_{in}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \bar{\Phi}_1 \\ \vdots \\ \bar{\Phi}_1 \end{bmatrix} F(k) \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_2^T \\ D^T \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_2^T \\ D^T \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} F^T(k) \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \bar{\Phi}_1 \\ \vdots \\ \bar{\Phi}_1 \end{bmatrix}^T < 0, \tag{27}$$

根据文献[19]提出的引理 2 及 Schur 补定理, 式(27)等价于:

$$\begin{bmatrix} -P_i & * & * & * & * & * & * & * \\ \mathbf{0} & -I & * & * & * & * & * & * \\ \bar{\Phi} & \bar{B} & \frac{-P_1^{-1}}{\Lambda_{i1}} & * & * & * & * & * \\ \bar{\Phi} & \bar{B} & \mathbf{0} & \frac{-P_2^{-1}}{\Lambda_{i2}} & * & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & * & * & * \\ \bar{\Phi} & \bar{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \frac{-P_n^{-1}}{\Lambda_{in}} & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\Phi}_1^T & \bar{\Phi}_1^T & \dots & \bar{\Phi}_1^T & -\varepsilon^{-1}I & * \\ \bar{\Phi}_2 & D & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0. \tag{28}$$

由于式(28)含有非线性项 P_j^{-1} , 使用 LMI 无法求解。引入变量矩阵 $J = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{22} & J_{22} & \mathbf{0} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}$, 对式(28)

左乘 $G = \text{diag} [I \ I \ \underbrace{J^T \dots J^T}_n \ I \ I]$ 右乘 G^T 考虑 $P_j > 0, (J - P_j)^T P_j^{-1} (J - P_j) \geq 0$ 得 $-J^T P_j^{-1} J \leq P_j$

$-J - J^T$, 进一步化简式(28)得:

$$\begin{bmatrix} -P_i & * & * & * & * & * & * & * \\ \mathbf{0} & -I & * & * & * & * & * & * \\ J^T \bar{\Phi} & J^T \bar{B} & \bar{P}_1 & * & * & * & * & * \\ J^T \bar{\Phi} & J^T \bar{B} & \mathbf{0} & \bar{P}_2 & * & * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & * & * & * \\ J^T \bar{\Phi} & J^T \bar{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \bar{P}_n & * & * \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \bar{\Phi}_1^T J & \bar{\Phi}_1^T J & \cdots & \bar{\Phi}_1^T J & -\varepsilon^{-1} I & * \\ \bar{\Phi}_2 & D & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

其中,

$$J^T \bar{\Phi} = \begin{bmatrix} J_{11}^T A + J_{22}^T B_{f_i} S_\varphi C + J_{31}^T S_\varphi C & J_{22}^T A_{f_i} & \mathbf{0} \\ J_{12}^T A + J_{22}^T B_{f_i} S_\varphi C + J_{32}^T S_\varphi C & J_{22}^T A_{f_i} & \mathbf{0} \\ J_{13}^T A + J_{33}^T S_\varphi C & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, J^T \bar{B} = \begin{bmatrix} J_{11}^T B_0 + J_{22}^T B_{f_i} S_\varphi D + J_{31}^T S_\varphi D \\ J_{12}^T B_0 + J_{22}^T B_{f_i} S_\varphi D + J_{32}^T S_\varphi D \\ J_{13}^T B_0 + J_{33}^T S_\varphi D \end{bmatrix},$$

$$\bar{P}_j = \frac{P_j - J - J^T}{\Lambda_{ij}}, \bar{\Phi}_1^T J = [\alpha S_\varphi^T B_{f_i}^T J_{22} + \alpha S_\varphi^T J_{31} \quad \alpha S_\varphi^T B_{f_i}^T J_{22} + \alpha S_\varphi^T J_{32} \quad \alpha S_\varphi^T J_{33}] .$$

定义如下参数变量:

$$E_i = J_{22}^T A_{f_i}, F_i = J_{22}^T B_{f_i}, G_i = C_{f_i}, \bar{\Xi}_1 = [\underbrace{\Phi^T J \quad \cdots \quad \Phi^T J}_n]^T, \bar{\Xi}_2 = [\underbrace{B^T J \quad \cdots \quad B^T J}_n]^T,$$

$$\bar{\Xi}_3 = \text{diag} \left[\underbrace{\frac{(P_1 - J - J^T)}{\Lambda_{i1}}, \cdots, \frac{(P_n - J - J^T)}{\Lambda_{in}}}_n \right], \bar{\Xi}_4 = [\underbrace{\bar{\Phi}_1^T J \quad \cdots \quad \bar{\Phi}_1^T J}_n] .$$

将参数变量代入式(29)进一步化简得不等式(22), 即证明定理 2 成立。

注: 求解 $\min \mu$ 满足不等式(22) ~ (23), 得到最优解 μ^* , 则滤波器的最优性能指标 $\gamma^* = \sqrt{\mu^*}$ 。

4 仿真示例

考虑网络控制系统(1), 其中:

$$A = \begin{bmatrix} -0.4 & 0.8 \\ -0.2 & -0.4 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.8 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -0.8 & 0.6 \\ -0.3 & -0.5 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.8 \end{bmatrix}, \Gamma_0 = [1.5 \quad -0.8] .$$

网络控制系统共有 2 条通道, 量化器密度 $\beta_1 = \beta_2 = 0.8$ 。考虑任意时刻仅存在 1 条网络通道发生数据丢包, 因此 Markov 共有 2 种跳变模式, 模式矩阵分别为 $S_1 = \text{diag}[1 \quad 0]$, $S_2 = \text{diag}[0 \quad 1]$, 外部干扰信号 $w(k) = 2e^{-0.5k} \sin(0.5\pi k)$ 。

根据定理 2 和 Matlab LMI 工具箱求得下面滤波器参数矩阵:

模态 1 滤波器系数矩阵:

$$A_{f1} = \begin{bmatrix} 0.4096 & 0.0923 \\ -0.4959 & -0.1292 \end{bmatrix}, B_{f1} = \begin{bmatrix} -1.0653 & 0.1448 \\ 0.5326 & -0.0855 \end{bmatrix}, C_{f1} = [-1.0118 \quad 0.8651];$$

模态 2 滤波器系数矩阵:

$$A_{f2} = \begin{bmatrix} -0.5312 & 0.2510 \\ -0.0420 & -0.1680 \end{bmatrix}, B_{f2} = \begin{bmatrix} -0.0627 & 0.4110 \\ -0.0983 & -1.2649 \end{bmatrix}, C_{f2} = [-1.0191 \quad 0.6373] .$$

设控制系统的初始状态 $x(0) = [0.5 \quad -0.5]^T$, 滤波器系统的初始状态 $x_f(0) = [0 \quad 0]^T$ 。由图 2、3 可以看到, 滤波器的状态轨迹 $x_f(k)$ 较好地跟踪控制系统的状态轨迹 $x(k)$, 并滤除外部噪音扰动对控制系统的干扰。图 4 为不同 Markov 链的概率矩阵状态下滤波误差状态轨迹, 其中 $e_1(k)$, $e_2(k)$ 分别表示

概率矩阵 $A = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.8 & 0.2 \end{bmatrix}$ $\bar{A} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 0.8 & 0.2 \end{bmatrix}$ 下滤波误差。分析图 4 可得: 滤波误差 $e_2(k)$ 峰值高于 $e_1(k)$ 的峰值, 说明滤波误差 $e_1(k)$ 动态性能优于 $e_2(k)$ 动态性能; 随着时间的增加, 滤波误差 $e_1(k)$ 与 $e_2(k)$ 的状态轨迹均趋于零。因此, 针对多通道丢包的网络控制系统所设计滤波器是有效的。

多包丢失的网络控制系统抑制扰动能力与最优性能指标 γ 有关, 量化密度与最优性能指标的关系如表 1 所示。分析表 1 可知, 随着量化密度 β 的增加, 抑制扰动能力增强; 当量化密度 $\beta_1 = \beta_2 = 0.8$ 时, 最优性能指标 $\gamma = 0.3258$ 。

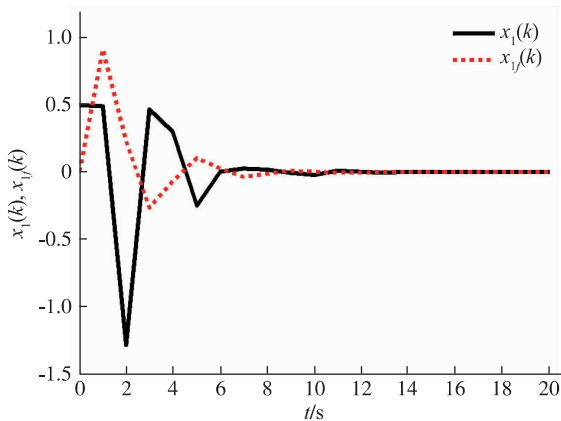


图 2 $x_1(k)$ 与 $x_{1f}(k)$ 状态轨迹

Fig.2 The state trajectories of $x_1(k)$ $x_{1f}(k)$

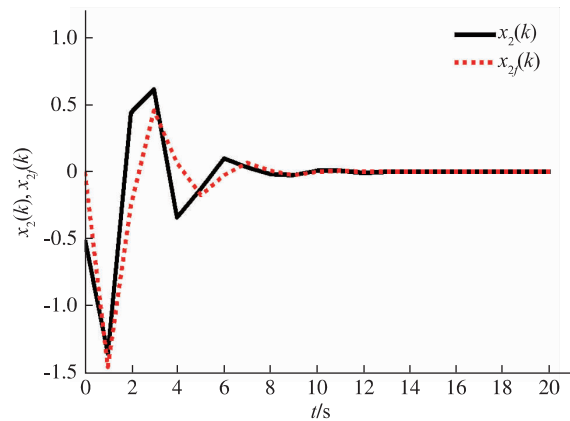


图 3 $x_2(k)$ 与 $x_{2f}(k)$ 状态轨迹

Fig.3 The state trajectories of $x_2(k)$ $x_{2f}(k)$

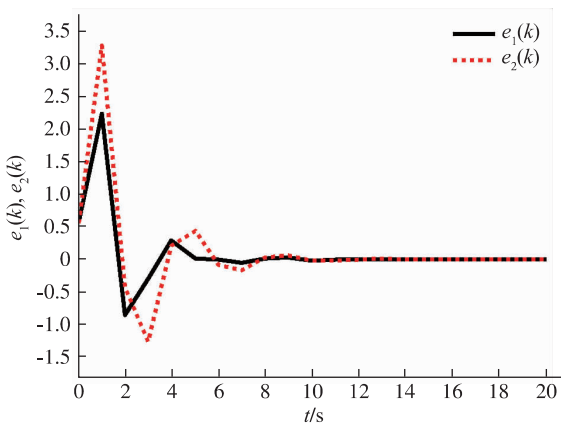


图 4 滤波误差状态轨迹

Fig.4 The filtering error state trajectories

表 1 量化密度与最优性能指标的关系

Tab.1 Relationship between quantitative density and optimal performance index

量化密度 β	0.4	0.6	0.8
最优性能指标 γ	0.718 3	0.467 1	0.325 8

5 结论

研究了一类网络控制系统 $l_2 - l_\infty$ 滤波器的设计问题, 利用离散 Markov 链模型刻画多数据包丢失特征, 将滤波误差动力系统建模为 Markov 跳变闭环控制系统。通过李雅普诺夫泛函方法及 LMI 推导出数据包丢失参数、量化密度与 $l_2 - l_\infty$ 滤波器之间的定量关联。本文所设计的滤波器完善了网络控制系统在多通道网络技术的应用, 下一步将探究同时存在时延、数据包丢失的网络控制系统滤波器的设计分析。

参考文献:

- [1] 杨飞生,汪璟,潘泉.基于事件触发机制的网络控制研究综述[J].控制与决策,2018,33(6):969-977.
- [2] CHEN C Y, GUI W H, WU L H, et al. Tracking performance limitations of MIMO networked control systems with multiple communication constraints[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(7): 2982-2995.
- [3] DONG J H, DONG Z X. Optimal filtering and control for wireless networked closed-loop control systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2020, 34(10): 1466-1482.
- [4] 韩笑, 亓庆源, 纪志坚. 具有数据包丢失的网络控制系统的估计问题[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2021, 18(1): 15-22.
- [5] 周颖, 刘璐璐, 韩鹭. 基于量化依赖 Lyapunov 函数的时变时延网络控制系统的鲁棒控制[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2020, 40(4): 57-63.
- [6] QI Q Y, ZHANG H S. Output feedback control and stabilization for multiplicative noise systems with intermittent observations[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(7): 2128-2138.
- [7] 刘义才, 刘斌, 张永, 等. 具有双边随机时延和丢包的网络控制系统稳定性分析[J]. 控制与决策, 2017, 32(9): 1565-1573.
- [8] WU Z G, SHI P, SU H Y, et al. Asynchronous $l_2 - l_\infty$ filtering for discrete-time stochastic Markov jump systems with randomly occurred sensor nonlinearities[J]. Automatica, 2014, 50(1): 180-186.
- [9] CUI Y L, XU L L, SHEN Y B. H_2/H_∞ filtering for networked systems with data transmission time-varying delay, data packet dropout and sequence disorder[J]. Journal of the Franklin Institute, 2017, 354(13): 5443-5462.
- [10] NITHYA V, SAKTHIVEL R, ALZHRANI F, et al. Fault-tolerant H_∞ filtering for fuzzy networked control systems with quantisation effects[J]. International Journal of Systems Science, 2020, 51(7): 1149-1161.
- [11] ZHANG Y, REN L T, XIE S S, et al. Robust sliding mode control for uncertain networked control system with two-channel packet dropouts[J]. Journal of Central South University, 2019, 26(4): 881-892.
- [12] ZHANG B Y, ZHENG W X. H_∞ filter design for nonlinear networked control systems with uncertain packet-loss probability[J]. Signal Processing, 2012, 92(6): 1499-1507.
- [13] ZHANG Z X, DONG J X. Containment control of interval type-2 fuzzy multi-agent systems with multiple intermittent packet dropouts and actuator failure[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(10): 6096-6120.
- [14] XUE M Q, TANG Y, WU L G, et al. Switching stabilization for type-2 fuzzy systems with network-induced packet losses[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(7): 2591-2604.
- [15] LI F W, SHI P, WANG X C, et al. Robust H_∞ filtering for networked control systems with markovian jumps and packet dropouts[J]. Modeling, Identification and Control, 2014, 35(3): 159-168.
- [16] REN H R, LU R Q, XIONG J L, et al. Optimal filtered and smoothed estimators for discrete-time linear systems with multiple packet dropouts under markovian communication constraints[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2020, 50(9): 4169-4181.
- [17] LIU D, WANG Y X, GU H G, et al. Networked H_∞ filtering for time-varying systems with uncertain multiple packet dropouts[J]. Circuits Systems & Signal Processing, 2019, 38(11): 4981-4998.
- [18] 宋志华. 受多通道网络通信约束的网络系统 H_2/H_∞ 滤波研究[D]. 上海: 上海大学, 2014.
- [19] 冯宜伟, 任方杰. 具有时变时延不确定网络系统的量化控制[J]. 计算机与数字工程, 2020, 48(9): 2212-2219.

Quantized l_2-l_∞ Filter for Networked Control Systems with Markov Multiple Packet Dropouts

MA Yunqiang , GAN Quan

(School of Electrical Engineering ,Anhui Technical College of Mechanical and Electrical Engineering ,Wuhu 241000 ,China)

Abstract: Considering networked control systems with multichannel random packet dropouts ,the design problem of quantized l_2-l_∞ filter with external signal interference was studied.First of all ,measurement data was quantified by a logarithmic quantifier.The transmission model of multichannel packet dropouts was constructed by discrete Markov chain ,and a mode dependent filter was constructed to reduce the influence of disturbance signal.And then ,the filtering error dynamic system was modeled as an uncertain discrete closed-loop system ,the inequality criterion of stochastic stability for filter dynamic error system was derived by Lyapunov function ,and the filter coefficient matrix was given by solving linear matrix inequality (LMI) .Finally ,the effectiveness of the designed l_2-l_∞ filter was verified by a numerical simulation example ,which can better track the state of the control system with the bounded energy.

Keywords: multichannel; packet dropouts; l_2-l_∞ filter; stochastic stability

(责任编辑 顾建忠)

(上接第 26 页)

Abstract ID: 1673-8020(2022) 01-0018-EA

Effects of Polyacrylamide on Soil Water Retention and Salt Leaching

YANG Yongqin¹ , PAN Yinghua¹ , ZHANG Zhenhua¹ , SHI Junjie² , LIU Lu³ , LUO Weirong¹

(1.School of Resources and Environmental Engineering ,Ludong University ,Yantai 264039 ,China;

2.Heilongjiang Yiyoukang Biotechnology Co.,Ltd.,Mudanjiang 157100 ,China;

3.School of Water Conservancy and Hydropower ,Xi'an University of Technology ,Xi'an 710000 ,China)

Abstract: The dynamic changes of water retention capacity ,water conductivity and salt leaching effect of salinized soil treated with different PAM dosage were compared and analyzed by indoors simulated soil column leaching experiment.The results are as follows: (1) Different PAM dosage has no significant influence on soil water storage capacity.Only when PAM dosage is $0.8 \text{ g} \cdot \text{kg}^{-1}$,the water volume of the soil exceeds that of the control ,with an increase of 1.71%.After being treated by PAM ,the soil water conductivity is reduced ,and the penetration duration of soil column is higher than that of the control.The saturated hydraulic conductivity is significantly different from that of the control ,and it is significantly reduced.(2) At 1 h , Na^+ and Cl^- concentrations of each PAM treatment are higher than those of the control group. Na^+ and Cl^- concentrations show an increasing trend with the increase of PAM dosage ,and the leaching rate of Na^+ and Cl^- increases significantly when PAM dosage is higher than $0.4 \text{ g} \cdot \text{kg}^{-1}$ and $0.2 \text{ g} \cdot \text{kg}^{-1}$.Different PAM dosage has a significant influence on Na^+ and Cl^- leaching.The treatment ,in which PAM dosage is $1.0 \text{ g} \cdot \text{kg}^{-1}$,is the most effective one in salt leaching process.Compared with the control , Na^+ and Cl^- leaching amount increases by 70.58% and 69.89% ,respectively.

Keywords: Polyacrylamide; water retention capability; water hydraulic conductivity; salt leaching

(责任编辑 顾建忠)