

基于模型预测控制的离散网络控制系统镇定研究

于淑芬 高 荣

(鲁东大学 数学与统计科学学院, 山东 烟台 264039)

摘要: 本文研究一类带有状态丢包的离散网络控制系统的镇定问题, 其中丢包过程建模为具有两种模态的 Markov 链。利用模型预测控制策略得到使系统均方意义上镇定的充要条件, 此条件可应用 LMI 方法求解。最后, 通过数值仿真算例验证所提控制策略的有效性。

关键词: 网络控制系统; 模型预测控制; Markov 丢包; 镇定

中图分类号: TP273 文献标志码: A 文章编号: 1673-8020(2022)02-0139-07

通过通信网络通道形成闭环控制回路的反馈控制系统称为网络控制系统(networked control systems, NCSs)^[1], 自提出以来被成功应用于航天器、工业控制等领域^[2-3]。但由于网络带宽的影响, 数据在传输过程中可能会产生丢包, 进而影响系统性能, 甚至使系统变得不稳定^[4]。在数据包丢失的情况下, 研究系统的稳定性成为备受关注的领域。文献[5]采用异步切换系统分析方法对丢包问题建模, 得到系统稳定的充分条件, 但由于该方法利用了平均丢包率, 使得结果相对保守。文献[6]将带有丢包的 NCSs 转化为随机 Takagi-Sugeno 模糊模型, 得到使系统指数稳定的控制器。文献[7]将 NCSs 中的丢包建模为独立同分布的 Bernoulli 过程, 利用动态规划给出了镇定控制器存在的充分条件。文献[8]通过构造 Lyapunov-Krasovskii 函数解决 NCSs 中的丢包, 同时给出与数据包丢失相关的稳定性判据。为了更好地描述网络系统丢包的随机性, 丢包过程刻画为具有 Markov 性的随机过程^[9]。为解决 NCSs 中存在的 Markov 丢包问题, 文献[10]基于放缩策略和 Lyapunov 理论, 通过设计反馈控制器保证系统稳定; 文献[11]在文献[8]的基础上, 设计了鲁棒 H_∞ 输出反馈控制器。

模型预测控制(model predictive control, MPC)策略具有模型要求低、便于计算等特点^[12-13]。相关研究表明, 在 NCSs 中实施 MPC 策略可以充分利用系统的特征, 取得更好的控制性能, 因而近年来利用 MPC 策略控制 NCSs 的研究得到广泛应用^[14-15]。针对带有 Markov 丢包的 NCSs, 也涌现出一系列利用 MPC 策略的研究。文献[16]通过设计分组 MPC 控制器, 求解存在 Markov 丢包时 NCSs 稳定的充分条件。在随机框架下, 文献[17]提出 MPC 综合方法实现了闭环系统的稳定性; 文献[18]设计 MPC 控制器对 Markov 丢包进行补偿, 从而降低丢包对系统性能的影响; 文献[19]所提出的分布式 MPC 在线迭代策略, 可保证系统的鲁棒稳定性。为了克服丢包问题, 文献[20]给出带有零阶保持器和延迟补偿器的 MPC 控制器, 并验证所提策略能够使系统不受连续丢包的影响。值得注意的是, 上述文献仅给出了系统镇定的充分条件, 这使得寻找系统镇定的充要条件非常有必要。

本文基于 MPC 策略, 对带有 Markov 丢包的 NCSs 进行镇定问题研究, 设计了使系统镇定的控制器; 同时通过构造条件期望形式的性能指标和耦合的 Lyapunov 方程, 得到使系统均方镇定的充要条件。

1 问题描述

如下记号贯穿本文。 \mathbf{R}^n 为 n 维 Euclidean 空间, $\mathbf{Y} > 0$ ($\mathbf{Y} \geq 0$) 表示对称矩阵 \mathbf{Y} 为正定(半正定)矩

收稿日期: 2021-05-04; 修回日期: 2021-11-10

基金项目: 山东省自然科学基金(ZR2020MF063)

第一作者简介: 于淑芬(1997—), 女, 山东泰安人, 硕士研究生, 研究方向为系统控制与优化。E-mail: 1640518761@qq.com

通信作者简介: 高荣(1975—), 男, 山东烟台人, 讲师, 硕士研究生导师, 博士, 研究方向为随机控制、预测控制等。E-mail: gr898@

126.com

阵 J_{k-1} 为由 $\{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_k\}$ 生成的自然滤波, $E_{k-1}[x]$ 表示随机变量 x 关于 J_{k-1} 的条件数学期望, 矩阵 I_n 表示 n 维单位矩阵。

考虑如图 1 所示的网络控制系统结构。由图 1 可以看到, 状态信号 x_k 通过可靠信道进行传输, 即控制信号 u_k 在任何时刻 k 都可以接收到状态信号; 控制器通过会发生丢包的不可靠信道进行传输, 传输后控制信号用 $\theta_k u_k$ 描述, 其中 $\theta_k = 1$ 意味着 u_k 成功传输到被控对象, $\theta_k = 0$ 意味着 u_k 在传输过程中丢失。本文将丢包过程建模为具有两种模态的 Markov 链 $\theta_k \in \{0, 1\}$, 转移概率为 $\zeta_{ij} = P(\theta_{k+1} = j | \theta_k = i) (i, j = 0, 1)$, 且对任意的 $i \in \{0, 1\}$,

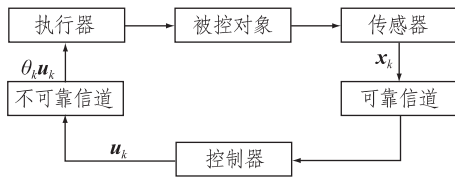


图 1 带有丢包的网络控制系统结构

Fig. 1 Structure of NCSs with packet loss

且对任意的 $i \in \{0, 1\}$,

$$\sum_{j=0}^1 \zeta_{ij} = 1。$$

本文研究带有 Markov 丢包的离散时间网络控制系统:

$$x_{k+1} = Ax_k + \theta_k Bu_k, \tag{1}$$

其中, $k \geq 0, x_k \in \mathbf{R}^n, u_k \in \mathbf{R}^m$ 分别是系统状态和控制输入, $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和 $B \in \mathbf{R}^{n \times m}$ 是具有适当维数的系数矩阵。

假设 1 初始状态 x_0 已知, θ_0 的初始分布为 $P(\theta_0 = 0) = p, \theta_k (k \geq 0)$ 与初始状态 x_0 相互独立。

定义 1^[21] 系统 (1) 称为均方意义下可镇定的, 如果存在控制器 $u_k = Lx_k, k \geq 0, L$ 为已知常矩阵, 使得闭环系统满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} E(x_k^T x_k) = 0$ 。

本文控制目标: 利用 MPC 策略, 寻找形如定义 1 中的控制器 u_k , 以及使系统 (1) 镇定的充要条件。

2 MPC 镇定控制

2.1 MPC 控制器

为了达到本文控制目标, 首先引入性能指标函数

$$J_{k-1}(x_k, k) = E_{k-1} \left[\sum_{i=0}^N (x_{k+i}^T Q x_{k+i} + u_{k+i}^T R u_{k+i}) + x_{k+N+1}^T W x_{k+N+1} \right], \tag{2}$$

其中: x_k 和 u_k 是 k 时刻的已知值; $Q \geq 0, R > 0; x_{k+N+1}$ 为终端状态值, W 为终端加权矩阵。

引理 1 针对网络控制系统 (1), 满足最小化性能指标函数 (2) 的最优控制器为

$$u_s = -\gamma_i^{-1}(s) M_i(s) x_s, k \leq s \leq k + N, \tag{3}$$

其中, $\gamma_i(s), M_i(s)$ 满足如下的倒向差分方程:

$$\gamma_i(s) = B^T P_\theta(s|s) B + R, M_i(s) = B^T P_\theta(s|s) A,$$

$$P_i(s) = A^T \left(\sum_{j=0}^1 \zeta_{ij} P_j(s+1) \right) A + Q - M_i^T(s) \gamma_i^{-1}(s) M_i(s),$$

这里, $P_\theta(s|s) = E[\theta_{s+1} P_{\theta_{s+1}} | J_s]$ 终端值 $P_i(k+N+1) = W, i = 0, 1$ 。

证明 针对网络控制系统 (1) 和性能指标 (2), 应用 Pontryagin 极值原理, 得到伴随方程和平衡条件:

$$\lambda_{k+N} = W x_{k+N+1}, \lambda_{s-1} = Q x_s + E[A^T \lambda_s | J_{s-1}], \rho = R u_s + E[\theta_s B^T \lambda_s | J_{s-1}],$$

其中 λ_s 是协态。利用文献 [22] 的定理 1 可得最优控制器 u_s 。引理 1 得证。

由引理 1 可得 k 时刻的 MPC 控制器 u_k , 即

$$u_k = -\gamma_i^{-1}(k) M_i(k) x_k. \tag{4}$$

2.2 稳定性分析

首先探究性能指标函数(2)的性质。

引理 2 假设对给定的矩阵 H , 性能指标(2)中存在矩阵 W 满足 Lyapunov 不等式:

$$\zeta_{i1}(A + BH)^T W(A + BH) + \zeta_{i0}A^T W A + Q + H^T R H - W \leq 0, \quad (5)$$

则有不等式 $E_{k-1}[J_k^*(x_{k+1}, k+1) - J_{k-1}^*(x_k, k)] \leq 0$ 成立, 其中 $J_{k-1}^*(x_k, k)$ 是对应初始状态 x_k , 最优控制(4)的性能指标值。

证明 根据性能指标(2), 可推得

$$E_{k-1}\{J_k^* - J_{k-1}^*\} = E_{k-1}\left\{E_k\left[\sum_{i=0}^N (\bar{x}_{k+i+1}^T Q \bar{x}_{k+i+1} + \bar{u}_{k+i+1}^T R \bar{u}_{k+i+1}) + \bar{x}_{k+N+2}^T W \bar{x}_{k+N+2}\right]\right\} - E_{k-1}\left\{\sum_{i=0}^N (\bar{x}_{k+i}^T Q \bar{x}_{k+i} + \bar{u}_{k+i}^T R \bar{u}_{k+i}) + \bar{x}_{k+N+1}^T W \bar{x}_{k+N+1}\right\}, \quad (6)$$

其中: \bar{u}_{k+i} 和 \bar{u}_{k+i+1} ($i = 1, 2, \dots, N$) 分别是最小化性能指标 $J_{k-1}^*(x_k, k)$ 和 $J_k^*(x_{k+1}, k+1)$ 的最优控制序列; \bar{x}_{k+i} 和 \bar{x}_{k+i+1} 依次为系统(1)受 \bar{u}_{k+i} 和 \bar{u}_{k+i+1} 控制时的最优状态轨线。应用 MPC 策略, 定义 \tilde{u}_{k+i+1} 形式如下:

$$\tilde{u}_{k+i+1} = \begin{cases} \bar{u}_{k+i}, & i = 0, 1, \dots, N-1, \\ H \bar{x}_{k+N+1}, & i = N. \end{cases} \quad (7)$$

结合系统(1)和式(7), 由式(6)可以得到

$$E_{k-1}[J_k^* - J_{k-1}^*] \leq E_{k-1}[\tilde{x}_{k+N+1}^T Q \tilde{x}_{k+N+1} + \tilde{u}_{k+N+1}^T R \tilde{u}_{k+N+1} + \tilde{x}_{k+N+2}^T W \tilde{x}_{k+N+2} - \bar{x}_{k+N+1}^T Q \bar{x}_{k+N+1} - \bar{u}_{k+N+1}^T R \bar{u}_{k+N+1} - \bar{x}_{k+N+1}^T W \bar{x}_{k+N+1}] = E_{k-1}[\tilde{x}_{k+N+1}^T Q \tilde{x}_{k+N+1} + \tilde{x}_{k+N+1}^T H^T R H \tilde{x}_{k+N+1} + \tilde{x}_{k+N+2}^T W \tilde{x}_{k+N+2} - \bar{x}_{k+N+1}^T Q \bar{x}_{k+N+1} - \bar{u}_{k+N+1}^T R \bar{u}_{k+N+1} - \bar{x}_{k+N+1}^T W \bar{x}_{k+N+1}], \quad (8)$$

注意到 $\tilde{x}_{k+N+2} = A \tilde{x}_{k+N+1} + \theta_{k+N+1} B H \tilde{x}_{k+N+1}$, 式(8)满足下面不等式

$$E_{k-1}[J_k^* - J_{k-1}^*] \leq E_{k-1}\left[-\bar{x}_{k+N+1}^T Q \bar{x}_{k+N+1} - \bar{u}_{k+N+1}^T R \bar{u}_{k+N+1} + \bar{x}_{k+N+1}^T Q \tilde{x}_{k+N+1} + \bar{x}_{k+N+1}^T H^T R H \tilde{x}_{k+N+1} - \bar{x}_{k+N+1}^T W \tilde{x}_{k+N+1} + \tilde{x}_{k+N+1}^T (A + \theta_{k+N+1} B H)^T W (A + \theta_{k+N+1} B H) \tilde{x}_{k+N+1}\right] = E_{k-1}\{-\bar{x}_{k+N+1}^T Q \bar{x}_{k+N+1} - \bar{u}_{k+N+1}^T R \bar{u}_{k+N+1} + \bar{x}_{k+N+1}^T [Q + H^T R H + \zeta_{i1}(A + BH)^T W (A + BH) + \zeta_{i0}A^T W A - W] \tilde{x}_{k+N+1}\}. \quad (9)$$

将不等式(5)代入式(9)得 $E_{k-1}[J_k^*(x_{k+1}, k+1) - J_{k-1}^*(x_k, k)] \leq 0$ 。

引理 3 对于矩阵 $Q \geq 0, R > 0$, 若系统(1)通过 MPC 策略镇定, 那么耦合 Riccati 方程

$$\zeta_{i1}(A + BH)^T W(A + BH) + \zeta_{i0}A^T W A + H^T R H + Q = W \quad (10)$$

有正定解 W 其中 $H = -\gamma^{-1}M, \gamma = \zeta_{i1}B^T W B + R, M = \zeta_{i1}B^T W A$ 。

证明 因为系统(1)可以由 MPC 策略均方镇定, 根据文献[22], Riccati 方程

$$W = A^T W A - M^T \gamma^{-1} M + Q, \gamma = \zeta_{i1}B^T W B + R, M = \zeta_{i1}B^T W A \quad (11)$$

有唯一正定解 W 。由式(11), 可得

$$W = A^T W A - M^T \gamma^{-1} M - M^T \gamma^{-1} M + M^T \gamma^{-1} \gamma \gamma^{-1} M + Q, \quad (12)$$

令 $H = -\gamma^{-1}M$, 由式(12)得到式(10), 所以耦合 Riccati 方程(10)有正定解 W 。

基于引理 2、3, 下面给出网络控制系统(1)镇定的充要条件。

定理 1 对于矩阵 $Q \geq 0, R > 0$, 系统(1)在 MPC 策略下均方镇定的充要条件是存在矩阵 $W > 0$ 和 H , 满足矩阵不等式

$$\zeta_{i1}(A + BH)^T W(A + BH) + \zeta_{i0}A^T W A + Q + H^T R H - W \leq 0.$$

证明 充分性: 由引理 2, 存在 $W > 0$ 和 H 满足不等式(5), 则有 $E_{k-1}[J_k^*(x_{k+1}, k+1) - J_{k-1}^*(x_k, k)] \leq 0$ 成立, 由于

$$E\{E_{k-1}[J_k^*(x_{k+1}, k+1) - J_{k-1}^*(x_k, k)]\} = E[J_k^*(x_{k+1}, k+1)] - E[J_{k-1}^*(x_k, k)],$$

因此, $E[J_{k-1}^*(\mathbf{x}_k, k)]$ 是单调非增的, 又因为 $E[J_{k-1}^*(\mathbf{x}_k, k)] \geq 0$, 所以 $\lim_{k \rightarrow \infty} E[J_{k-1}^*(\mathbf{x}_k, k)]$ 存在极限, 且有

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E[J_k^*(\mathbf{x}_{k+1}, k+1) - J_{k-1}^*(\mathbf{x}_k, k)] = 0. \tag{13}$$

结合式(5)、(9), 可得

$$E[J_k^*(\mathbf{x}_{k+1}, k+1) - J_{k-1}^*(\mathbf{x}_k, k)] \leq -E(\bar{\mathbf{x}}_k^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{u}}_k^T \mathbf{R} \bar{\mathbf{u}}_k),$$

又因 $\mathbf{Q} \geq 0, \mathbf{R} > 0$, 由式(13) 得 $\lim_{k \rightarrow \infty} E(\mathbf{x}_k^T \mathbf{x}_k) = 0$.

必要性: 假设系统(1) 可以由 MPC 策略实现均方镇定, 由引理3 耦合的 Riccati 方程有正定解 W . 即存在 $W > 0, \mathbf{H} = -\gamma^{-1} \mathbf{M}$, 使得矩阵不等式成立.

注: 当系统(1) 中丢包 $\{\theta_k\}$ 被刻画为独立同分布的 Bernoulli 过程^[23], 则转移概率可表示为 $P(\theta_{k+1} = 0) = q, P(\theta_{k+1} = 1) = 1 - q, q$ 为已知丢包率, 此时定理1 中的矩阵不等式变为

$$(1 - q)(\mathbf{A} + \mathbf{BH})^T \mathbf{W}(\mathbf{A} + \mathbf{BH}) + q\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} + \mathbf{Q} + \mathbf{H}^T \mathbf{R} \mathbf{H} - \mathbf{W} \leq 0,$$

因此, 定理1 包含了带有 Bernoulli 丢包的 NCSs 在 MPC 策略下的镇定条件.

接下来探究如何利用 LMI 求解不等式(5).

定理2 若存在矩阵 $\mathbf{X} > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{X} & \mathbf{X}\mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} & \mathbf{Y}^T \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} & \sqrt{\zeta_{i1}} \mathbf{X} \mathbf{A}^T + \sqrt{\zeta_{i1}} \mathbf{Y}^T \mathbf{B}^T & \sqrt{\zeta_{i0}} \mathbf{X} \mathbf{A}^T \\ * & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ * & * & * & -\mathbf{X} & \mathbf{0} \\ * & * & * & * & -\mathbf{X} \end{bmatrix} \leq 0, \tag{14}$$

则矩阵不等式(5) 的解为 $\mathbf{W} = \mathbf{X}^{-1}, \mathbf{H} = \mathbf{Y} \mathbf{W}$.

证明 将不等式(5) 左端变形为

$$\begin{aligned} & \zeta_{i1}(\mathbf{A} + \mathbf{BH})^T \mathbf{W}(\mathbf{A} + \mathbf{BH}) + \zeta_{i0} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} + \mathbf{Q} + \mathbf{H}^T \mathbf{R} \mathbf{H} - \mathbf{W} = \\ & -\mathbf{W} - \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} & \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} & \sqrt{\zeta_{i1}}(\mathbf{A} + \mathbf{BH})^T & \sqrt{\zeta_{i0}} \mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{W}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{W}^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} \\ \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \mathbf{H} \\ \sqrt{\zeta_{i1}}(\mathbf{A} + \mathbf{BH}) \\ \sqrt{\zeta_{i0}} \mathbf{A} \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} -\mathbf{W} & \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} & \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} & \sqrt{\zeta_{i1}}(\mathbf{A} + \mathbf{BH})^T & \sqrt{\zeta_{i0}} \mathbf{A}^T \\ \mathbf{Q}^{\frac{1}{2}} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}^{\frac{1}{2}} \mathbf{H} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \sqrt{\zeta_{i1}}(\mathbf{A} + \mathbf{BH}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{W}^{-1} & \mathbf{0} \\ \sqrt{\zeta_{i0}} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{W}^{-1} \end{bmatrix} \leq 0, \tag{15} \end{aligned}$$

令 $\mathbf{X} = \mathbf{W}^{-1}, \mathbf{Y} = \mathbf{H} \mathbf{W}^{-1}$, 由 Schur 补引理, 不等式(15) 等价于不等式(14).

3 仿真算例

例1 考虑带有 Markov 丢包的系统(1) 及性能指标(2), 其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0.4 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0.4 & 0.6 & 0.8 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \mathbf{I}_3, \mathbf{R} = \mathbf{I}_1, N = 4, \theta_k \in \{0, 1\},$$

转移概率为 $\zeta_{00} = 0.8, \zeta_{11} = 0.6$, 初始分布为 $[0.5 \ 0.5]$. 不失一般性, 利用 Monte Carlo 仿真^[24] 生成 50 条 Markov 链, 本例选取其中一条路径(图2) 以验证所提策略的有效性.

通过定理 2, 解得矩阵 W, H 分别为

$$W = \begin{bmatrix} 0.952 & 1 & 0.947 & 6 & 2.785 & 5 \\ 0.947 & 6 & 0.943 & 1 & 2.772 & 4 \\ 2.785 & 5 & 2.772 & 4 & 8.149 & 4 \end{bmatrix},$$

$$H = [-0.447 \ 9 \quad -0.445 \ 8 \quad -1.310 \ 41]。$$

由定理 1, 求得 MPC 策略下的控制器为

$$u_k = [-0.158 \ 4 \quad -0.300 \ 2 \quad -1.125 \ 3]x_k,$$

取初始状态 $x_0 = [0.4 \ 1 \ 0.3]^T$, 在控制器 u_k 作用下, 系统的状态轨线如图 3 所示。由图 3 可知, 闭环系统是均方镇定的。

若对该系统实施文献 [22] 中的最优控制镇定策略, 得到最优控制器

$$u_k = [-0.166 \ 8 \quad -0.311 \ 8 \quad -0.385 \ 4]x_k,$$

同样取初始状态 $x_0 = [0.4 \ 1 \ 0.3]^T$, 得到闭环系统的状态轨线(图 4)。与图 3 相比, 图 4 中的状态轨线达到镇定用时较长, 且波动较大, 验证了本文所提 MPC 策略的优越性。

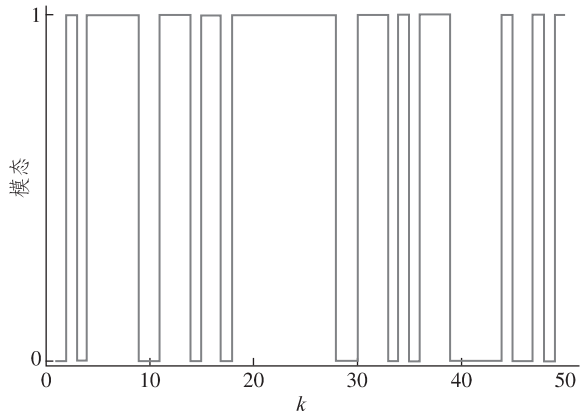


图 2 Markov 链 $\theta_k \in \{0, 1\}$ 的路径

Fig. 2 One path of the Markov chain $\theta_k \in \{0, 1\}$

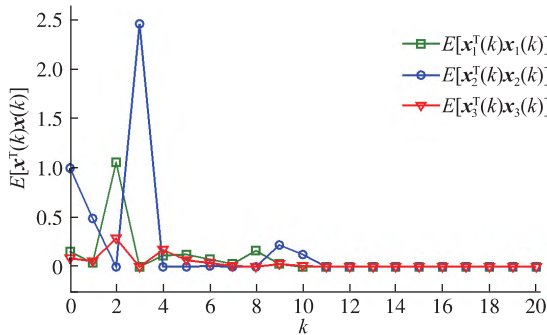


图 3 MPC 策略下 $E[x^T(k)x(k)]$ 的状态轨迹

Fig. 3 State trajectories of $E[x^T(k)x(k)]$ under MPC

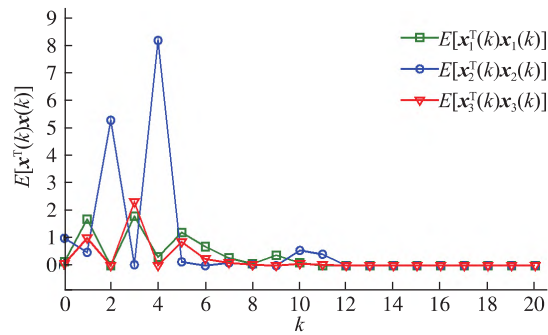


图 4 最优控制策略下 $E[x^T(k)x(k)]$ 的状态轨迹

Fig. 4 State trajectories of $E[x^T(k)x(k)]$ under optimal control

例 2 考虑小车倒立摆系统^[10], 见图 5, 其中小车、摆杆的质量分别为 m_1, m_2, l 是从旋转点到钟摆重心的长度, α 为摆角大小, x 为小车位置, μ 为施加在小车的推力。

假设 $m_1 = 1 \text{ kg}, m_2 = 0.5 \text{ kg}, l = 1 \text{ m}$, 且表面无摩擦。令状态变量为 $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \alpha, x_4 = \dot{\alpha}$, 得到离散模型 $x_{k+1} = Ax_k + Bu_k$, 其中,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.099 & 1 & 0.013 & 6 & 0.000 & 4 \\ 0 & 0.981 & 8 & 0.278 & 9 & 0.013 & 6 \\ 0 & -0.002 & 3 & 1.159 & 8 & 0.105 & 3 \\ 0 & -0.047 & 4 & 3.276 & 4 & 1.159 & 8 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.009 & 1 \\ 0.182 & 2 \\ 0.023 & 2 \\ 0.474 & 3 \end{bmatrix}。$$

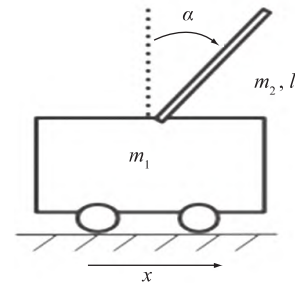


图 5 小车倒立摆系统

Fig. 5 The cart and inverted pendulum system

将丢包过程 $\theta_k \in \{0, 1\}$ 刻画为 Markov 链, 转移概率为 $\zeta_{00} = 0.8, \zeta_{11} = 0.3$, 初始分布为 $[0.5 \ 0.5]$ 。

结合性能指标(2) 采用 MPC 策略, 其中

$$Q = I_4, R = I_1, x_0 = [0.98 \ 0 \ 0.2 \ 0]^T, N = 4,$$

得到控制器 $u_k = [-0.309 \ 7 \quad -0.642 \ 6 \quad -0.579 \ 3 \quad -0.631 \ 0]x_k$ 。图 6 给出闭环系统的状态轨线,

由图 6 可以看出,系统状态在 MPC 策略下均方镇定。

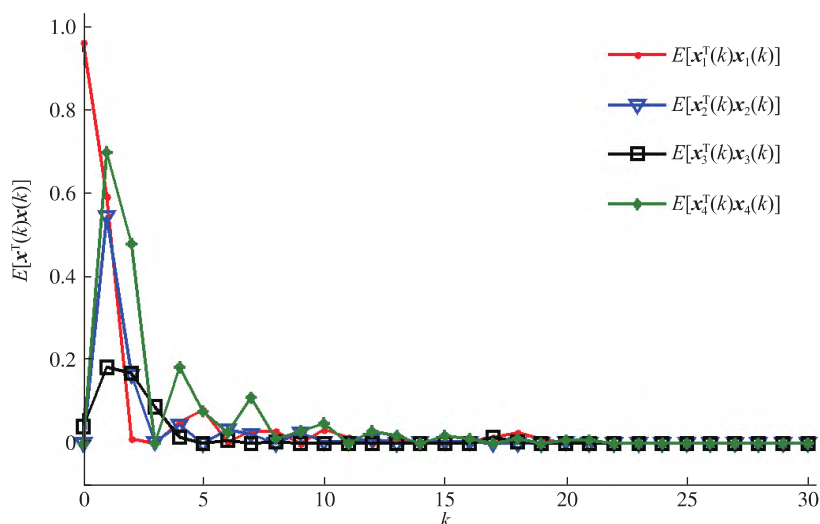


图 6 MPC 策略下倒立摆系统的状态轨迹

Fig. 6 State trajectories of the cart and inverted pendulum system under MPC

4 结语

本文研究一类带有数据包丢失的离散网络控制系统的镇定问题,利用极值原理得到 MPC 控制器,在保证性能指标达到最优的同时,给出使系统均方镇定的充要条件。由于网络控制系统中数据包的传输有时会伴随时间延迟,未来考虑研究 Markov 丢包和时滞同时存在的网络控制系统的镇定问题。

参考文献:

- [1] BEMPORAD A, HEEMELS M, JOHANSSON M. Networked control systems [M]. London: Springer, 2010.
- [2] WALSH G C, YE H. Scheduling of networked control systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 57–65.
- [3] TABBARA M, NESIC D, TEEL A R. Stability of wireless and wireline networked control system [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2007, 52(9): 1615–1630.
- [4] HESPANHA J P, NAGHSHTABRIZI P, XU Y G. A survey of recent results in networked control systems [J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1): 138–162.
- [5] ZHANG W, BRANICKY M S, PHILLIPS S M. Stability of networked control systems [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2001, 21(1): 84–99.
- [6] ZHANG X M, LU G P, ZHENG Y F. Stabilization of networked stochastic time-delay fuzzy systems with data dropout [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2008, 16(3): 798–807.
- [7] IMER O C, YÜKSEL S, BACSAR T. Optimal control of LTI systems over unreliable communications links [J]. Automatica, 2006, 42: 1429–1439.
- [8] SUN J D, JIANG J P. Delay and data packet dropout separately related stability and state feedback stabilization of networked control systems [J]. IET Control Theory and Applications, 2013, 7(3): 333–342.
- [9] 蔡文新, 方洋旺, 李锐, 等. 离散 Markov 跳变线性系统最优控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2012, 34(7): 1458–1462.
- [10] YANG H J, XU Y, ZHANG J H. Event-driven control for networked control systems with quantization and Markov packet losses [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2016, 47(8): 2235–2243.
- [11] YU M, BAI S, YANG T, et al. Quantized output feedback control of networked control systems with packet dropout [J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2018, 16: 2559–2568.
- [12] CAMACHO E F, BORDONS C. Model predictive control [M]. London: Springer, 2007.

- [13] 宋广昊,刘晓华,高荣. 高阶离散时间多智能体系统基于输出一致性的模型预测控制[J]. 鲁东大学学报(自然科学版) 2021, 37(3): 207–212.
- [14] TANG X M, DING B C. Model predictive control of linear systems over networks with data quantizations and packet losses [J]. Automatica 2013, 49(5): 1333–1339.
- [15] PETERS E, MARELLI D, QUEVEDO D E, et al. Predictive control for networked systems affected by correlated packet loss [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control 2017, 29(15): 5078–5094.
- [16] QUEVEDO D E, NESIC D. Robust stability of packetized predictive control of nonlinear systems with disturbances and Markovian packet losses [J]. Automatica 2012, 48(8): 1803–1811.
- [17] ZOU Y Y, LAM J, NIU Y G, et al. Constrained predictive control synthesis for quantized systems with Markovian data loss [J]. Automatica 2015, 55: 217–225.
- [18] TANG X M, DENG L, YU J M, et al. Output feedback predictive control of interval type-2 T-S fuzzy systems with Markovian packet loss [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems 2018, 26(4): 2450–2459.
- [19] ZHANG L W, XIE W, LIU J F. Robust control of saturating systems with Markovian packet dropouts under distributed MPC [J]. ISA Transactions 2018, 85: 49–59.
- [20] ZHANG Y, XIE S S, REN L T, et al. A new predictive sliding mode control approach for networked control systems with time delay and packet dropout [J]. IEEE Access 2019, 7: 134280–134292.
- [21] ZHANG H S, LI L, XU J J, et al. Linear quadratic regulation and stabilization of discrete-time systems with delay and multiplicative noise [J]. IEEE Transactions on Automatic Control 2015, 60(10): 2599–2613.
- [22] HAN C Y, LI H D, WANG W, et al. Linear quadratic optimal control for discrete-time Markov jump linear systems [C] // The 14th International Conference on Control and Automation 2018: 769–774.
- [23] LIANG X, XU J J. Control for networked control systems with remote and local controllers over unreliable communication channel [J]. Automatica 2018, 98: 86–94.
- [24] 何朕, 王毅, 孟范伟, 等. 马尔可夫跳变系统的蒙特卡罗仿真 [J]. 电机与控制学报 2008(1): 80–83.

Stabilization for Discrete – time Networked Control Systems Based on Model Predictive Control

YU Shufen, GAO Rong

(School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai 264039, China)

Abstract: In this paper, the stabilization for a class of discrete-time networked control systems with packet loss was studied, where the packet loss was modeled as a Markov process with two modes. A sufficient and necessary condition to stabilize the system was obtained by using model predictive control strategy, which could be solved by linear matrix inequality (LMI) approach. Finally, numerical examples were given to illustrate the effectiveness of the proposed strategy.

Keywords: networked control systems; model predictive control; Markov packet loss; stabilization

(责任编辑 顾建忠)