

# 加热炉温度控制系统的有限时间镇定

光晓娜, 刘晓华, 高 荣

(鲁东大学 数学与统计科学学院, 山东 烟台 264039)

摘要: 本文针对加热炉温度控制系统, 研究其加幂积分有限时间镇定控制器的设计问题。基于扩展 Lyapunov 有限时间稳定定理和加幂积分方法, 构造合适的 Lyapunov 函数, 并设计加幂积分有限时间镇定控制器。在该控制器的作用下, 加热炉温度控制系统在有限时间内镇定, 同时加热板还可以在有限时间内达到预定温度, 从而提高板坯的质量和减少能量的损耗。最后, 仿真算例验证了控制方法的有效性。

关键词: 有限时间镇定; 加热炉; 温度控制系统; 加幂积分控制

中图分类号: TP273 文献标志码: A 文章编号: 1673-8020(2022)02-0146-06

加热炉加热板坯的过程是典型的工业控制过程<sup>[1]</sup>, 板坯加热时的温度由加热炉炉膛区温度决定, 而膛区温度由加热炉温度控制系统控制。近年来对加热炉温度控制系统的研究取得丰富的成果, 文献[2]介绍模糊控制在加热炉温度控制系统中的应用, 提出一种改进的模糊控制策略使加热炉温度稳定; 文献[3]针对加热炉的非线性、大滞后、时变等问题, 采用模糊 PID 控制与专家决策相结合的方法进行温度调节, 设计专家模糊 PID 控制器, 该控制器采用模糊推理算法对 PID 参数进行调整, 具有自适应能力; 文献[4]针对加热炉炉膛温度存在滞后的特性, 设计 Smith 预估装置进行补偿控制, 有效地消除滞后环节的影响, 使得由 PID 控制的串级系统得到较好控制, 板坯出口温度达到工艺要求; 文献[5]针对加热炉具有容量大、滞后时间长、非线性等特点, 利用 Matignon 定理对分数阶加热炉温度控制系统进行稳定性分析, 并设计基于内模控制的分数阶 PID 控制器; 文献[6—7]设计控制器保证加热炉温控系统渐近稳定, 使系统具有较好的性能。

以上研究成果仅考虑无穷时域上的稳定问题, 而在实际工业生产中, 加热炉加热板坯的时长并不是无限的, 需要了解系统状态在有限时间内的变化趋势, 所以近年来有限时间稳定成为研究热点。文献[8—9]用加幂积分方法设计渐近控制器, 文献[10]在此基础上首次给出了有限时间控制器的反推设计方法, 应用一类带幂次的积分项作为虚拟控制律以避免求导可能产生的奇异; 文献[11]针对受扰动的二阶系统设计加幂积分有限时间控制器, 保证系统状态在有限时间内收敛到平衡点附近的邻域内, 且该邻域的大小与控制器参数有显式关系; 文献[12—14]针对高阶系统研究加幂积分有限时间镇定控制器的设计问题。

以上研究说明加幂积分有限时间镇定控制器有更好的抗干扰性, 镇定速度更快, 因此被广泛应用于实际系统中, 如飞行器姿态控制<sup>[15—16]</sup>、导弹驾驶仪的控制<sup>[17]</sup>、水面汽车控制<sup>[18]</sup>等。本文针对加热炉温度控制系统, 基于扩展 Lyapunov 有限时间稳定定理<sup>[19]</sup>和加幂积分方法, 设计加幂积分有限时间镇定控制器, 保证加热炉温度控制系统在有限时间内镇定。

## 1 预备知识

考虑一般系统:

收稿日期: 2021-01-02; 修回日期: 2021-09-10

基金项目: 山东省自然科学基金(ZR2020MF063)

第一作者简介: 光晓娜(1995—), 女, 山东滨州人, 硕士研究生, 研究方向为应用概率统计。E-mail: 1783506585@qq.com

通信作者简介: 刘晓华(1959—), 男, 山东烟台人, 教授, 硕士研究生导师, 博士, 研究方向为系统控制与优化。E-mail: xhliu@ldu.edu.cn

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

式中  $x(t) \in \mathbf{R}^n$  表示系统状态  $f: U \rightarrow \mathbf{R}^n$  为包含原点的定义域  $U$  到  $\mathbf{R}^n$  的连续向量函数 满足  $f(0) = 0$ ,  $x_0$  为初始状态。

定义 1<sup>[20]</sup> 若系统(1) 在邻域  $\Omega \subset U$  内是 Lyapunov 稳定 且其状态能在有限时间内收敛到平衡点  $x = 0$  则称系统(1) 为有限时间稳定。

引理 1<sup>[19]</sup> 对于系统(1) 若在定义域  $U$  上存在连续的 正定函数  $V(x)$  满足:  $V(x) \leq -\alpha V(x)^p + \eta$ ,  $\forall x \in U$  其中  $\alpha > 0$   $\rho < \eta < \infty$   $p \in (0, 1)$  则系统(1) 为有限时间稳定 即系统状态  $x(t)$  在有限时间内收敛到平衡点 且收敛时间  $T_0$  满足:  $T_0 \leq \frac{V^{1-p}(x_0)}{p\theta_0(1-\alpha)}$  其中  $\theta_0$  是满足  $0 < \theta_0 < 1$  的常数。

引理 2<sup>[21]</sup> 对于任意的实数  $x$  和  $y$  有  $x^p - y^p \leq 2^{1-p} |x - y|^p$  其中  $0 < p = \frac{p_1}{p_2} < 1$   $p_1 > 0$   $p_2 > 0$ 。

引理 3<sup>[7]</sup> 对于任意实数  $x$  和  $y$  非负实数  $c, d$  以及  $\gamma(x, y) > 0$  有如下不等式成立:

$$|x|^c |y|^d \leq \frac{c}{c+d} \gamma(x, y) |x|^{c+d} + \frac{d}{c+d} \gamma^{-\frac{c}{d}}(x, y) |y|^{c+d}.$$

引理 4<sup>[21]</sup> 对于任意的实数  $x_i \in \mathbf{R}$   $i = 1, 2, \dots, n$   $0 < p \leq 1$  为正实数 有下面不等式成立:

$$(|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)^p \leq |x_1|^p + |x_2|^p + \dots + |x_n|^p.$$

## 2 问题描述

考虑加热炉温度控制系统<sup>[21]</sup> 其传递函数为:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\tau s}}{(s+1)(Ts+1)}, \quad (2)$$

其中  $K$  为增益  $T$  为时间常数  $\tau$  为纯滞后时间。

根据文献 [22] 的方法 将加热炉温控系统转化为状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - (1+T)x_2 + u, \end{cases} \quad (3)$$

其中  $x = [x_1 \ x_2]^T \in \mathbf{R}^2$  为系统状态  $u$  为控制输入。

本文主要针对系统(3) 设计加幂积分有限时间稳定控制器 使系统(3) 状态达到有限时间稳定。

## 3 有限时间镇定控制

本节针对系统(3) 设计加幂积分有限时间镇定控制器 同时进行稳定性分析。

定理 1 针对系统(3) 设计如下状态反馈控制器:

$$u = - \left( 2 - \frac{1}{q} \right) 2^{1-\frac{1}{q}} k_1^{1+q} k_2 (x_2^q + k_1^q x_1)^{\frac{2}{q}-1} + x_1 + (1+T)x_2, \quad (4)$$

则系统实现有限时间镇定 且收敛时间  $T_0$  满足:

$$T_0 \leq \frac{V_2^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2q}}(x_0)}{\left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2q} \right) \theta_0 (1-\alpha)},$$

其中  $k_1 > 0$   $k_2 \geq 0$   $1 < q = \frac{q_1}{q_2} < 2$   $0 < \theta_1 < \frac{1}{2}$   $0 < \theta_2 < \frac{1}{2}$   $\alpha = \min\{(1-\theta_1-\theta_2)k_1 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2q}} k_2 2^{\frac{1}{2q}-\frac{1}{2}}\}$ 。

证明 首先选取 Lyapunov 函数  $V_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2$ , 定义虚拟控制器  $x_2^*$  为:

$$x_2^* = -k_1 x_1^{\frac{1}{q}}, \quad (5)$$

其中,  $k_1 > 0, 1 < q = \frac{q_1}{q_2} < 2, q_1, q_2$  为正奇数。对函数  $V_1$  求导并代入式(5)得:

$$\dot{V}_1(x_1) \leq x_1(x_2 - x_2^*) + x_1 x_2^* \leq -k_1 |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + x_1 |x_2 - x_2^*|.$$

由引理 2 进一步得:

$$\dot{V}_1(x_1) \leq -k_1 |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + 2^{1-\frac{1}{q}} |x_1| |\xi|^{\frac{1}{q}},$$

其中,  $\xi = x_2^q - x_2^{*q}$ 。由引理 3 进而得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(x_1) &\leq -k_1 |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + 2^{1-\frac{1}{q}} [qc_1(1+q)^{-1} |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + c_1^{-q}(1+q)^{-1} |\xi|^{1+\frac{1}{q}}] = \\ &[-k_1 + 2^{1-\frac{1}{q}} qc_1(1+q)^{-1}] |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + 2^{1-\frac{1}{q}} c_1^{-q}(1+q)^{-1} |\xi|^{1+\frac{1}{q}} = \\ &-(1-\theta_1)k_1 |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + 2^{1-\frac{1}{q}} c_1^{-q}(1+q)^{-1} |\xi|^{1+\frac{1}{q}}, \end{aligned}$$

其中,  $c_1 = 2^{-1+\frac{1}{q}} k_1 \theta_1 \frac{1}{q} (1+q), 0 < \theta_1 < \frac{1}{2}$ 。

根据函数  $V_1$  及式(5) 选取 Lyapunov 函数  $V_2$ :

$$V_2(x_1, x_2) = V_1(x_1) + \frac{1}{\left(2 - \frac{1}{q}\right) 2^{1-\frac{1}{q}} k_1^{1+q}} \int_{x_2^*}^{x_2} (s^q - x_2^{*q})^{2-\frac{1}{q}} ds. \quad (6)$$

由虚拟控制器  $x_2^*$  的定义, 得  $\frac{\partial x_2^{*q}}{\partial x_1} = \frac{\partial [(-k_1)^q x_1]}{\partial x_1} = -k_1^q$ , 代入  $V_2$  中, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x_1, x_2) &\leq \\ &-k_1 |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + 2^{1-\frac{1}{q}} |x_1| |\xi|^{\frac{1}{q}} + \frac{1}{k_1} |x_2| |\xi| + \frac{1}{\left(2 - \frac{1}{q}\right) 2^{1-\frac{1}{q}} k_1^{1+q}} \xi^{2-\frac{1}{q}} [-x_1 - (1+T)x_2 + u]. \quad (7) \end{aligned}$$

应用引理 3 得:

$$|x_2| |\xi| \leq 2^{1-\frac{1}{q}} |\xi|^{\frac{1}{q}} + qc_2 k_1 (1+q)^{-1} |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + c_2^{-\frac{1}{q}} |\xi|^{1+\frac{1}{q}}, \quad (8)$$

其中,  $c_2 = k_1 \theta_2 \frac{1}{q} (1+q), 0 < \theta_2 < \frac{1}{2}$ 。将式(8)代入式(7)得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x_1, x_2) &\leq -k_1 |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + 2^{1-\frac{1}{q}} |x_1| |\xi|^{\frac{1}{q}} + \frac{1}{k_1} \theta_2 |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + a_1 |\xi|^{1+\frac{1}{q}} + \\ &\frac{1}{\left(2 - \frac{1}{q}\right) 2^{1-\frac{1}{q}} k_1^{1+q}} \xi^{2-\frac{1}{q}} [-x_1 - (1+T)x_2 + u], \quad (9) \end{aligned}$$

其中,  $a_1 = \frac{1}{k_1} 2^{1-\frac{1}{q}} + c_2^{-\frac{1}{q}} (1+q)^{-1}, a_2 = 2^{1-\frac{1}{q}} c_1^{-q} (1+q)^{-1} + a_1$ 。将控制器(4)及式(6)代入式(9)中, 并

应用引理 4 化简得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x_1, x_2) &\leq -(1-\theta_1-\theta_2)k_1 |x_1|^{1+\frac{1}{q}} + a_2 |\xi|^{1+\frac{1}{q}} - k_2 |\xi|^{1+\frac{1}{q}} \leq \\ &-(1-\theta_1-\theta_2)k_1 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2q}} V_1^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2q}} - k_2 2^{\frac{1}{2q}-\frac{1}{2}} \left(\int_{x_2^*}^{x_2} (s^q - x_2^{*q})^{2-\frac{1}{q}} ds\right)^{\frac{1}{2q}+\frac{1}{2}} + a_2 |\xi|^{1+\frac{1}{q}} \leq -\alpha V_2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2q}} + \eta, \end{aligned}$$

其中,  $\alpha = \min\{(1-\theta_1-\theta_2)k_1 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2q}}, k_2 2^{\frac{1}{2q}-\frac{1}{2}}\}$ 。由引理 1 可知, 系统(3) 在控制器(4) 的作用下达到有限时间稳定。根据文献[22], 系统(2) 在有限时间内达到稳定, 并求得收敛时间  $T_0$ 。

## 4 仿真实例

考虑如下系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 2x_2 + u. \end{cases}$$

根据定理 1, 选取加幂积分控制器的参数为  $q = \frac{3}{2}$ ,  $k_1 = 4$ ,  $k_2 = 5$ , 以及控制器  $u = -\frac{64\sqrt{2}}{3} + 5(x_2^{\frac{3}{2}} + 4^{\frac{3}{2}}x_1)^{\frac{1}{3}} + x_1 + 2x_2$ , 且收敛时间  $T_0 \leq 9.34$ 。

仿真过程中, 取初值  $x_1(0) = 1.5$ ,  $x_2(0) = -3$ , 通过 Matlab 软件仿真, 最终得到状态和控制器响应曲线。由图 1、2 可以看到, 在控制器  $u$  的作用下, 系统状态在有限时间内达到平衡状态, 且闭环系统所有信号全局有界。仿真结果验证了设计方案的有效性。

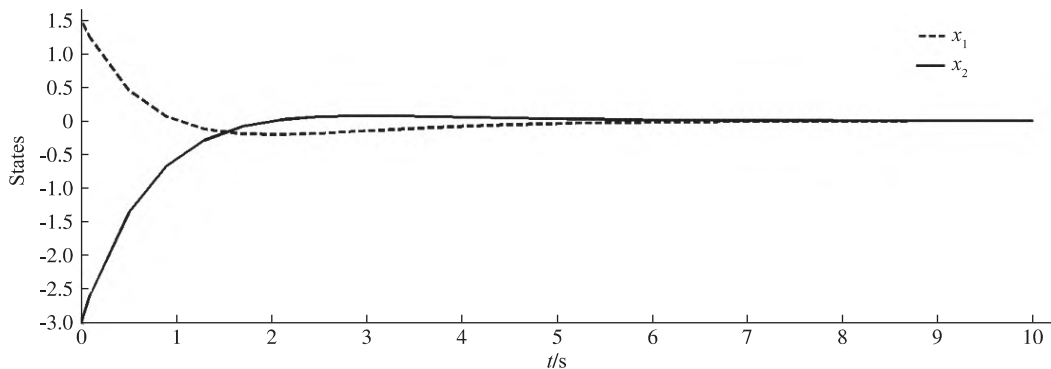


图 1 系统状态响应曲线

Fig. 1 The response curves of system states

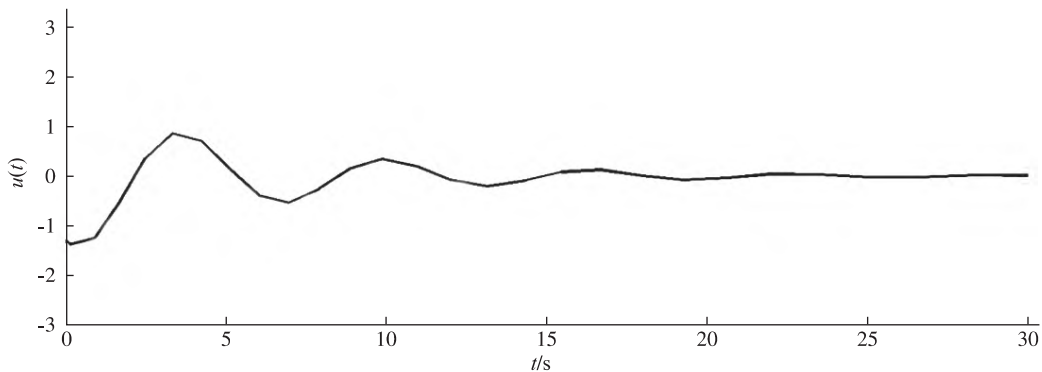


图 2 控制器响应曲线

Fig. 2 The response curve of control input

## 5 结语

板坯加热时的温度由加热炉温度控制系统控制。本文针对加热炉温度控制系统, 设计其加幂积分有限时间稳定控制器, 使得系统状态在有限时间内镇定, 并且加热板坯在有限时间内达到预定的期望温度。

## 参考文献:

- [1] ACHARYA A D ,CHATTOPADHYAY S. Reheat furnace temperature control and performance at Essar Steel[J]. *Iron and Steel Engineer* ,1998 ,75( 11) : 31 – 36.
- [2] SOBOL W ,KORWIN M J ,GORACZKO M. Fuzzy logic control of industrial heat treatment furnaces [C]//Nafips International Conference of the North American ,1999: 839 – 843.
- [3] DING S H ,GAO G L ,GAO Z W ,et al. Application of expert fuzzy PID method for temperature control of heating furnace [J]. *Procedia Engineering* 2012 ,29( 4) : 257 – 261.
- [4] 胡浩 王洪诚 张伟伟 等. 基于串级控制的加热炉 Smith 预估温度控制系统 [J]. *工业控制与应用* 2014 ,12( 33) : 6 – 8.
- [5] SONDHI S ,HOTE Y V. Stability testing and IMC based fractional order PID controller design for heating furnace system [C]//The 11th Annual IEEE India Conference 2014: 1 – 5.
- [6] PEDERSEN L M. On the reheat furnace control problem [C]//American Control Conference ,1998: 3811 – 3815.
- [7] STEINBOECK A ,WILD D ,KUGI A. Feedback tracking control of continuous reheating furnaces [J]. *IFAC Proceedings Volumes* 2011 ,44( 1) : 11744 – 11749.
- [8] BHAT S P ,BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* ,1998 ,43( 5) : 678 – 682.
- [9] DORATO P. Short time stability in linear time-varying systems [C]//Proceedings of the IRE International Convention Record Part 4 ,1961: 83 – 87.
- [10] QIAN C J ,LIN W. A continuous feedback approach to global strong stabilization of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2001 ,46( 7) : 1061 – 1079.
- [11] BHAT S P ,BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* ,1998 ,43( 5) : 678 – 682.
- [12] QIAN C J ,LIN W. Non-Lipschitz continuous stabilizers for nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization [J]. *Systems and Control Letters* 2015 ,42( 3) : 185 – 200.
- [13] HUANG X ,LIN W ,YANG B. Global finite-time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems [J]. *Automatica* , 2005 ,41( 5) : 881 – 888.
- [14] HUANG S P ,XIANG Z R. Adaptive finite-time stabilisation of a class of high-order nonlinear systems with inverse dynamics [J]. *International Journal of Systems Science* 2017 ,48( 11) : 2321 – 2332.
- [15] YANG J ,DING Z T. Global output regulation for a class of lower triangular nonlinear systems: a feedback domination approach [J]. *Automatica* 2017 ,76: 65 – 69.
- [16] SUN Z Y ,YUN M M ,LI T. A new approach to fast global finite-time stabilization of high order nonlinear system [J]. *Automatica* 2017 ,81: 455 – 463.
- [17] DU H B ,LI S H. Finite-time attitude stabilization for a spacecraft using homogeneous method [J]. *IFAC Proceedings Volumes* 2011 ,44( 1) : 2620 – 2625.
- [18] DU H B ,LI S H. Finite-time attitude tracking control of spacecraft with application to attitude synchronization [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control* 2011 ,56( 11) : 2711 – 2717.
- [19] SUN H B ,LI S H ,FEI S M. A composite control scheme for 6DOF spacecraft formation control [J]. *Acta Astronautica* , 2011 ,69( 7) : 595 – 611.
- [20] HE S M ,WANG J ,LIN D F. Robust missile autopilots with finite-time convergence [J]. *Asian Journal of Control* 2016 ,18( 3) : 1010 – 1019.
- [21] BHAT S ,BERNSTEIN D. Finite-time stability of continuous autonomous systems [J]. *SIAM Journal of Control and Optimization* 2000 ,38( 3) : 751 – 766.
- [22] WANG L X ,WAN F. Structured neural networks for constrained model predictive control [J]. *Automatica* 2001 ,37( 6) : 1235 – 1243.

## Finite-time Stabilization of Heating Furnace Temperature Control System

GUANG Xiaona , LIU Xiaohua , GAO Rong

( School of Mathematics and Statistics Science ,Ludong University ,Yantai 264039 ,China)

**Abstract:** In this paper ,the design problem of power integral finite-time stabilization controller for heating furnace temperature control system was studied. Based on the extended Lyapunov finite-time stability theorem and power integral method ,Lyapunov function was constructed and power integral finite-time stabilization controller for the heating furnace temperature control system was proposed. Under the control of the power integral finite-time stabilization controller ,the heating furnace temperature control system can reach stabilization in finite time and the slab temperature can reach the predetermined temperature in finite time ,which improves the slab quality and reduce the energy loss. By using a simulation example ,the efficiency of the designing scheme was demonstrated.

**Keywords:** finite-time stabilization; heating furnace; temperature control system; power integral control

( 责任编辑 顾建忠)

( 上接第 119 页)

**Abstract ID:** 1673-8020( 2022) 02-0114-EA

## Monitoring and Evaluation of Main Pollutants in the Tail Water of Marine Aquaculture Plants in Yantai Area

WANG Lei<sup>1</sup> , WANG Wenjun<sup>1</sup> , YANG Xinchun<sup>2</sup> , SUN Lidong<sup>3</sup> , YANG Jinlong<sup>1</sup>

( 1. Yantai Marine Environment Monitoring and Forecasting Center ,Yantai 264003 ,China; 2. Binhai Sub District Office of Laishan District People' s Government of Yantai City ,Yantai 264003 ,China; 3. Yantai Marine Development and Fishery Bureau ,Yantai 264003 ,China)

**Abstract:** In order to understand the concentration range of main pollutants in the tail water of marine aquaculture plants in Yantai and evaluate the impact on the marine environment ,the aquaculture inlet and tail water of 306 marine aquaculture plants were monitored and evaluated. The results show that the characteristic pollutants of fish culture tail water are nitrogen and phosphorus nutrients; those of shrimp are chemical oxygen demand , nitrogen and phosphorus nutrients; and those of *Stichopus japonicus* are suspended solids. Aquaculture activities are the main source of pollutants in aquaculture tail water. The total amount of pollutants from seawater industrialized aquaculture in Yantai is  $25\ 600\ \text{t} \cdot \text{a}^{-1}$  ,accounting for about 18.2% of the total amount of land pollutants entering the sea. The seawater capacity of Yantai nearshore sea area can better accommodate various pollutants discharged by seawater industrialized aquaculture units. However ,nitrogen and phosphorus nutrients in aquaculture tail water have a certain impact on the marine environment of coastal waters.

**Keywords:** Yantai; mariculture; marine aquaculture plant; tail water; monitor

( 责任编辑 李维卫)