

# 具有马尔可夫切换的随机高阶非线性系统的输出反馈镇定

顾甲保, 徐晓宇, 王瑞桃, 李武全

(鲁东大学 数学与统计科学学院, 山东 烟台 264039)

**摘要:** 本文研究具有马尔可夫切换的随机高阶非线性系统输出反馈镇定问题。首先选取合适的李雅普诺夫函数和观测器, 运用 Itô 和 Dynkin 公式设计了输出反馈控制器, 保证闭环系统有唯一解, 并且几乎处处渐近稳定。最后, 通过数值仿真说明了控制方案的有效性。

**关键词:** 马尔可夫切换; 随机高阶非线性系统; 输出反馈; 镇定

**中图分类号:** TP273    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1673-8020(2022)03-0225-07

近年来, 随机高阶非线性系统的输出反馈镇定问题引起越来越多学者的关注<sup>[1-4]</sup>。文献 [1-2] 分别利用齐次控制技术和观测器设计证明闭环系统依概率全局渐近稳定; 文献 [4] 考虑了光滑输出反馈镇定问题。因此, 输出反馈控制方案得到了进一步研究。

在实际生活中, 人们经常用连续时间马尔可夫切换系统模拟实际系统, 因此对于马尔可夫切换系统的研究具有现实意义<sup>[5-8]</sup>。文献 [9] 解决了具有马尔可夫切换的连续线性系统的控制问题, 文献 [10] 讨论具有马尔可夫切换的一般非线性微分方程稳定性问题。此外, 许多学者对具有马尔可夫切换的随机高阶非线性系统的状态反馈镇定问题<sup>[11-12]</sup> 和输出跟踪问题<sup>[13-14]</sup> 进行了相关研究, 其中文献 [13] 探究该系统的自适应输出跟踪控制。由于具有马尔可夫切换的随机高阶非线性系统的雅可比线性化不能控制, 使得控制器和观测器设计非常困难, 所以关于此类系统的输出反馈镇定问题研究较少。

受以上文献启发, 本文主要研究具有马尔可夫切换的随机高阶非线性系统的输出反馈镇定问题, 所设计的控制器和观测器使闭环系统有唯一解, 且几乎处处渐近稳定。本文主要创新点如下:

1) 为保证具有马尔可夫切换的随机系统的解的存在唯一性, 所设计的控制器必须保证闭环系统满足局部利普希茨条件。因此, 如何构造一个稳定的局部利普希茨控制器是本文的研究难点之一。

2) 系统耦合会增加数值仿真的困难, 本文运用矩阵储存生成的马尔可夫过程, 实现系统模型之间的切换。

## 1 问题描述

考虑具有马尔可夫切换的随机高阶非线性系统:

$$\begin{cases} dx_1 = x_2^p dt, \\ dx_2 = u^p dt + f_{\gamma(t)}(x_1, x_2) d\omega, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^T \in \mathbf{R}^2$ ,  $u \in \mathbf{R}$ ,  $y \in \mathbf{R}$  分别是系统的状态, 输入和输出, 状态  $x_2$  是不可测变量;  $p \geq 1$ , 且  $p$  为奇数;  $\omega \in \mathbf{R}^r$  是  $(\Omega, \mathcal{J}, \mathcal{J}_t, P)$  上的标准维纳过程; 函数  $f_{\gamma(t)}$  是光滑的, 且满足  $f_{\gamma(t)}(0) = 0$ ;  $\gamma(t)$  为有限

收稿日期: 2021-08-10; 修回日期: 2022-01-13

基金项目: 山东省高等学校“青创科技计划”(2019KJN017)

第一作者简介: 顾甲保(1996—), 男, 山东菏泽人, 硕士研究生, 研究方向为随机控制。E-mail: gu9611@126.com

通信作者简介: 李武全(1981—), 男, 山东梁山人, 教授, 硕士研究生导师, 博士, 研究方向为随机非线性系统的控制与稳定性。

E-mail: sea81@126.com

状态空间  $S = \{1, 2, \dots, N\}$  上的马尔可夫过程, 与布朗运动  $\omega(t)$  无关;  $\Gamma = (\lambda_{ij})_{N \times N}$  是生成器矩阵, 由下式得到:

$$\begin{aligned} P(t) &= (P_{ij}(t))_{N \times N} = e^{-\Gamma t}, \\ P_{ij}(t) &= P\{\gamma(t+s) = i | \gamma(s) = j\} = \begin{cases} \lambda_{ij}t + o(t), & i \neq j, \\ 1 + \lambda_{ii}t + o(t), & i = j, \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

这里:  $s \geq 0, t \geq 0$ ; 当  $i \neq j$  且  $\lambda_{ii} = -\sum_{i=1, i \neq j}^N \lambda_{ij}$  时,  $i$  到  $j$  的转移速率为  $\lambda_{ij} > 0$ 。

**假设 1** 对于非线性函数  $f_{\gamma(t)}(x_1, x_2)$ , 存在非负函数  $\beta(x_1)$ , 使得下式成立:

$$|f_{\gamma(t)}(x_1, x_2)| \leq (|x_1|^p + |x_2|^p) \beta(x_1)。$$

**注 1** 假设 1 是非线性函数  $f_{\gamma(t)}$  的增长条件, 通常用来解决高阶系统的输出反馈问题, 如文献 [1—2], 其中  $\beta(x_1)$  称为增长率。

## 2 预备知识

以下记号将贯穿全文。 $\mathbf{R}^+$  为所有非负实数的集合,  $\text{Tr}\{X\}$  是矩阵  $X$  的迹,  $|X|$  为矩阵  $X$  的欧几里得范数,  $C^i$  表示  $i$  阶连续可微函数;  $V \in C^{2,1}(\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^n \times S; \mathbf{R}^+)$  表示所有非负函数  $V$  在  $\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^n \times S$  上关于  $\mathbf{x}$  是  $C^2$  的, 关于  $t$  是  $C^1$  的。

考虑如下随机非线性系统:

$$d\mathbf{x}(t) = f(t, \mathbf{x}(t)) dt + \mathbf{g}_\gamma(t, \mathbf{x}(t)) d\omega, \quad (3)$$

其中:  $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$  是系统的状态, 马尔可夫过程  $\gamma(t)$  和  $\Gamma = (\lambda_{ij})_{N \times N}$  由式 (2) 定义; 对于所有的  $t \geq 0$ , 函数  $f(t, \mathbf{x}(t))$  和  $\mathbf{g}_\gamma(t, \mathbf{x}(t))$  关于  $\mathbf{x}(t)$  满足局部利普希茨条件。

对于系统 (3) 和  $V \in C^{2,1}(\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^n \times S; \mathbf{R}^+)$ , 引入如下无穷小生成器:

$$LV(t, \mathbf{x}, p) = V_t(t, \mathbf{x}, p) + V_x(t, \mathbf{x}, p)f(t, \mathbf{x}, p) + \frac{1}{2}\text{Tr}\{\mathbf{g}_\gamma^T(t, \mathbf{x}, p) V_{xx}(t, \mathbf{x}, p) \mathbf{g}_\gamma(t, \mathbf{x}, p)\} + IIV, \quad (4)$$

其中,  $IIV = \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} V(t, \mathbf{x}, p)$ 。

**引理 1**<sup>[7]</sup> 假设  $V \in C^{2,1}(\mathbf{R}^+ \times \mathbf{R}^n \times S; \mathbf{R}^+)$ ,  $\tau_1, \tau_2$  是有界停时, 且满足  $0 \leq \tau_1 \leq \tau_2$ , 如果  $V(t, \mathbf{x}, \gamma_t)$  和  $LV(t, \mathbf{x}, \gamma_t)$  在  $t \in [\tau_1, \tau_2]$  上是有界的, 那么

$$E[V(\tau_2, \mathbf{x}, \gamma_{\tau_2}) - V(\tau_1, \mathbf{x}, \gamma_{\tau_1})] = E \int_{\tau_1}^{\tau_2} LV(t, \mathbf{x}, \gamma_t) dt。$$

**引理 2**<sup>[4]</sup> 对于  $\forall p \geq 1$  ( $p$  为奇数), 以及  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ , 有下面不等式成立:

$$|a^p - b^p| \leq p|a - b|(a^{p-1} + b^{p-1}), \quad \omega[(-\omega + a)^p - a^p] \leq -\frac{\omega^{p+1}}{2^{p-1}}。$$

**引理 3**<sup>[4]</sup> 设  $m, n \in \mathbf{R}^+, a, b$  和  $\pi \geq 0$  是连续的数量函数, 则对  $\forall c > 0$ , 有

$$|a|^n |b|^m \pi \leq c |a|^{n+m} + \frac{m}{m+n} \left( \frac{n}{c(n+m)} \right)^{n/m} |b|^{n+m} \pi^{(n+m)/m}。$$

## 3 控制器设计与稳定性分析

针对系统 (1), 本节首先运用 Backstepping 方法设计状态反馈控制器, 再通过选择合适的观测器求出符合要求的增益函数。最后, 证明闭环系统有唯一解, 并且几乎处处渐近稳定。

### 3.1 状态反馈控制器设计

首先假设状态  $x_2$  是可测的, 利用 Backstepping 方法设计系统 (1) 的状态反馈控制器。

第1步:定义  $\eta_1 = x_1$ , 选取李雅普诺夫函数  $V_1(\eta_1) = \frac{1}{4}k_1\eta_1^4, k_1 > 0$  是常数, 由式(4)得

$$LV_1(\eta_1) \leq k_1\eta_1^3(x_2^p - x_2^{*p}) + k_1\eta_1^3x_2^{*p} + IIIV_1. \tag{5}$$

取虚拟控制器  $x_2^* = -\left(\frac{c_1}{k_1}\right)^{1/p} \eta_1 = -\alpha_1\eta_1$ , 则

$$LV_1(\eta_1) \leq -c_1\eta_1^{p+3} + k_1\eta_1^3(x_2^p - x_2^{*p}) + IIIV_1, \tag{6}$$

其中,  $c_1 > 0$  为常数,  $\alpha_1 = \left(\frac{c_1}{k_1}\right)^{1/p}$ .

第2步:定义  $\eta_2 = x_2 - x_2^*$ , 选取李雅普诺夫函数  $V_2(\eta_1, \eta_2) = V_1(\eta_1) + \frac{1}{4}k_2\eta_2^4, k_2 > 0$  为常数。由式(4)得

$$LV_2(\eta_1, \eta_2) \leq -c_1\eta_1^{p+3} + k_1\eta_1^3(x_2^p - x_2^{*p}) + k_2\eta_2^3u^p - k_2\eta_2^3 \frac{\partial x_2^*}{\partial x_1} x_2^p + \frac{3}{2}k_2\eta_2^2 |f_{\gamma(t)}(x_1, x_2)|^2 + IIIV_2. \tag{7}$$

结合假设1、引理2、3和文献[15]中引理A.1, 可得

$$\begin{aligned} |k_1\eta_1^3(x_2^p - x_2^{*p})| &\leq p |k_1\eta_1^3| |x_2 - x_2^*| (x_2^{p-1} + x_2^{*p-1}) \leq \\ &|k_1p\eta_1^3\eta_2| [2^{p-2} |\alpha_1^{p-1}\eta_1^{p-1} + \eta_2^{p-1}| + (\alpha_1\eta_1)^{p-1}] \leq b_1\eta_1^{p+3} + b_2\eta_2^{p+3}. \end{aligned}$$

同理可得

$$\left| -k_2\eta_2^3 \frac{\partial x_2^*}{\partial x_1} x_2^p \right| \leq b_3\eta_1^{p+3} + b_4\eta_2^{p+3}, \quad \frac{3}{2}k_2\eta_2^2 |f_{\gamma(t)}(x_1, x_2)|^2 \leq b_5\eta_1^{p+3} + \varphi_1(x_1)\eta_2^{p+3},$$

其中,  $b_i > 0 (i = 1, 2, \dots, 5)$  为常数,  $\varphi_1(x_1)$  是非负光滑函数, 且

$$\varphi_1(x_1) = 3 \cdot 2^p k_2 x_1^p \beta^2(x_1) + \frac{3}{p+3} \left[ \frac{p}{b_{14}(p+3)} \right]^{p/3} (3 \cdot 2^p k_2 \alpha_1^p x_1^p \beta^2(x_1))^{(p+3)/3}.$$

则有

$$\begin{aligned} LV_2(\eta_1, \eta_2) &\leq -c_2\eta_1^{p+3} + \eta_2^3(k_2u^p - x_3^{*p}) + \eta_2^3x_3^{*p} + \eta_2^{p+3}\phi_1(x_1) + IIIV_2 \leq \\ &-c_2\eta_1^{p+3} - c_3\eta_2^{p+3} + \eta_2^3(k_2u^p - x_3^{*p}) + IIIV_2, \end{aligned} \tag{8}$$

其中,  $c_2, c_3 > 0$  为常数,  $\phi_1(x_1) = b_2 + b_4 + \varphi_1(x_1), x_3^* = -(c_3 + \phi_1(x_1))^{1/p} \eta_2 = -\alpha_2(x_1)\eta_2$ .

### 3.2 观测器设计

构造如下一维观测器:

$$d\zeta = \left[ u^p - \frac{\partial G(x_1)}{\partial x_1} (\zeta + G(x_1))^p \right] dt, \tag{9}$$

其中,  $G(x_1)$  是待定光滑函数, 且满足  $\frac{\partial G(x_1)}{\partial x_1} > 0$ .

定义  $\xi = x_2 - G(x_1) - \zeta$ , 根据观测器的设计, 则有

$$dG(x_1) = \left( \frac{\partial G(x_1)}{\partial x_1} x_2^p \right) dt. \tag{10}$$

结合式(1)、(9)和(10), 可得

$$d\xi = \frac{\partial G(x_1)}{\partial x_1} [(\zeta + G(x_1))^p - x_2^p] dt + f_{\gamma(t)}(x_1, x_2) d\omega.$$

选取李雅普诺夫函数  $W(\xi) = \frac{1}{4}\xi^4$ , 由假设1、引理2、3, 以及  $\xi$  的定义, 得

$$LW(\xi) = \xi^3 \frac{\partial G(x_1)}{\partial x_1} [(\zeta + G(x_1))^p - x_2^p] + \frac{3}{2}\xi^2 |f_{\gamma(t)}(x_1, x_2)|^2 + IIW \leq$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2^{p-1}} \frac{\partial G(x_1)}{\partial x_1} \xi^{p+3} + c_4 \eta_1^{p+3} + c_5 \eta_2^{p+3} + \xi^{p+3} \varphi_2(x_1) + IIW \leq \\
& c_4 \eta_1^{p+3} + c_5 \eta_2^{p+3} - \left[ \frac{1}{2^{p-1}} \frac{\partial G(x_1)}{\partial x_1} - \varphi_2(x_1) \right] \xi^{p+3} + IIW, \quad (12)
\end{aligned}$$

其中,  $c_4, c_5 > 0$  为任意常数,  $\varphi_2(x_1)$  是非负光滑函数, 满足

$$\varphi_2(x_1) = \frac{2}{p+1} \left( \frac{3 \cdot 2^p}{p+3} x_1^{p-1} \beta^2(x_1) \right)^{\frac{p+3}{2}} \left[ \left( \frac{1}{b_{15}} \right)^{\frac{p+1}{2}} + \left( \frac{p}{b_{16}} \right)^{\frac{p+1}{2}} p + \left( \frac{(p+1)\alpha_1^p}{b_{17}} \right)^{\frac{p+1}{2}} (p+1)\alpha_1^p \right],$$

这里,  $b_{1i} > 0 (i=5,6,7)$  为任意常数。

### 3.3 增益函数 $G(x_1)$ 的设计

由于状态  $x_2$  是不可测的, 用  $\zeta + G(x_1)$  代替虚拟控制器  $x_3^*$  中的  $x_2$ , 得到控制器

$$u = - \left( \frac{1}{k_2} \right)^{1/p} \alpha_2(x_1) (\zeta + G(x_1) + \alpha_1 x_1). \quad (13)$$

为了计算简便, 结合式(9)和(13), 由引理2、3和文献[15]中引理A.1, 得

$$\begin{aligned}
LV_2(\eta_1, \eta_2) & \leq -c_2 \eta_1^{p+3} - c_3 \eta_2^{p+3} + \eta_2^3 \alpha_2^p(x_1) [\eta_2^p - (\eta_2 - \xi)^p] + IIW_2 \leq \\
& -c_2 \eta_1^{p+3} - c_3 \eta_2^{p+3} + \alpha_2^p(x_1) |\eta_2|^3 |\xi| [\eta_2^{p-1} + 2^{p-2}(\eta_2^{p-1} + \xi^{p-1})] + IIW_2 \leq \\
& -c_2 \eta_1^{p+3} - c_6 \eta_2^{p+3} + \varphi_3(x_1) \xi^{p+3} + IIW_2, \quad (14)
\end{aligned}$$

其中,  $c_6 > 0$  为常数,  $\varphi_3(x_1)$  是非负光滑函数, 满足

$$\varphi_3(x_1) = \frac{\alpha_2^{p(p+3)}(x_1)}{p+3} \left[ (2^{p-2} + 1)^{p+3} \left( \frac{p+2}{b_{18}(p+3)} \right)^{p+2} + (2^{p-2})^{p+3} p \left( \frac{3}{b_{19}(p+3)} \right)^3 \right],$$

这里,  $b_{18}, b_{19} > 0$  为任意常数。

取李雅普诺夫函数  $V(\eta_1, \eta_2, \xi) = V_2(\eta_1, \eta_2) + W(\xi)$ , 由式(12)、(14)得

$$LV(\eta_1, \eta_2, \xi) = -c_7 \eta_1^{p+3} - c_8 \eta_2^{p+3} - \left( \frac{1}{2^{p-1}} \frac{\partial G(x_1)}{\partial x_1} - \varphi_2(x_1) - \varphi_3(x_1) \right) \xi^{p+3} + IIW, \quad (15)$$

其中  $c_7, c_8 > 0$ 。选取

$$G(x_1) = 2^{p-1} \left[ c_9 x_1 + \int_0^{x_1} (\varphi_2(s) - \varphi_3(s)) ds \right], \quad (16)$$

其中  $c_9 > 0$ 。将式(16)代入式(15), 得

$$LV(\eta_1, \eta_2, \xi) = -c_7 \eta_1^{p+3} - c_8 \eta_2^{p+3} - c_9 \xi^{p+3} + IIW. \quad (17)$$

**定理1** 对于系统(1), 若假设1成立, 结合输出反馈控制器(13)和增益函数(16), 有以下结论成立:

1) 对于任意初始状态  $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^2$  和  $\gamma(t_0) = i_0 \in S$ , 闭环系统的解  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}(\mathbf{x}_0, i_0; t, \gamma(t))$  存在且唯一;

2) 对于任意  $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^2, i_0 \in S$ , 闭环系统几乎处处渐近稳定。

**证明** 首先证明  $u^p$  满足局部利普希茨条件。由式(13)可得

$$\frac{\partial u^p}{\partial x_1} = -\frac{p}{k_2} \alpha_2^{p-1}(x_1) (\zeta + G(x_1) + \alpha_1 x_1)^{p-1} \frac{\partial [\alpha_2(x_1) (\zeta + G(x_1) + \alpha_1 x_1)]}{\partial x_1}. \quad (18)$$

由  $p$  的定义可知,  $p-1 \geq 0$ , 所以  $\frac{\partial u^p}{\partial x_1}$  是连续的, 即  $u^p$  关于  $x_1$  是  $C^1$ 。又因为  $f_{\gamma(t)}(x_1, x_2)$  满足局部利普希茨条件, 所以  $u^p$  满足局部利普希茨条件。

其次, 由  $\eta_1, \eta_2, \xi$  的定义可知, 它们是有界的, 进一步得到  $x_1$  是有界的。反之亦然。由文献[11]中引理1, 令  $\mathbf{z} = (x_1, x_2, \eta_1, \eta_2, \xi)^T$ , 可得

$$V_R = \inf_{t \geq t_0, |x| > R} V(z(t)) \rightarrow \infty \Rightarrow R \rightarrow \infty. \tag{19}$$

由于  $c_i > 0 (i = 7, 8, 9)$ , 根据控制器设计过程可知  $HV = 0$ 。对于任意  $l > 0$ , 定义停时  $\sigma_l = \inf\{t: t \geq t_0, |x(t)| \geq l\}$ 。对于任意  $t \geq t_0$ , 设  $t_l = \min\{\sigma_l, t\}$ , 由于  $|x(t)|$  在区间  $[t_0, t_l]$  上几乎处处有界, 所以李雅普诺夫函数  $V(z)$  在区间  $[t_0, t_l]$  上几乎处处有界。由式(17)可知,  $LV$  在区间  $[t_0, t_l]$  上几乎处处有界。

由引理1和式(17), 得

$$EV(z(t_l)) \leq EV(z(t_0)). \tag{20}$$

由式(19)、(20), 以及文献[7]中引理1, 结论1)得证; 结合式(17)、(19), 利用文献[6]中定理2.1可得结论2)。

**注2** 对于文献[15]中的确定性系统, 强稳定性理论保证了解的存在性, 但对于本文的随机系统, 要保证解的存在唯一性, 需设计的控制器使闭环系统满足局部利普希茨条件。

### 4 仿真算例

考虑到马尔可夫切换的特性, 本节针对具有两个模态的随机高阶系统进行仿真。

选取有限状态空间  $S = \{1, 2\}$ , 生成器矩阵  $\Gamma = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\pi_1 = 0.4, \pi_2 = 0.6$ 。对应马尔可夫过程  $\gamma(t) = 1$  和  $\gamma(t) = 2$  时, 随机非线性系统分别描述如下:

$$\begin{cases} dx_1 = x_2^3 dt, \\ dx_2 = u^3 dt + 2x_1^2 \sin x_2 d\omega, \\ y = x_1. \end{cases} \quad \begin{cases} dx_1 = x_2^2 dt, \\ dx_2 = -8u^2 dt + x_1 \sin x_2 d\omega, \\ y = x_1. \end{cases}$$

显然, 上述系统满足假设1。利用马尔可夫的特性对相应的模态取不同的数值。当马尔可夫过程  $\gamma(t) = 1$  时, 取  $k_1 = 1/3, k_2 = 1/130$ , 非负光滑函数  $G(x_1) = 0.01x_1$ , 观测器和控制器分别为

$$d\zeta = [u^3 - 0.01(\zeta + 0.01x_1)^3] dt, \quad u = -130^{1/3}(\zeta + 2030x_1).$$

当马尔可夫过程  $\gamma(t) = 2$  时, 取  $k_1 = 0.5, k_2 = 5$ , 非负光滑函数  $G(x_1) = 8.5x_1$ , 观测器和控制器分别为

$$d\zeta = [u^2 - 8.5(\zeta + 8.5x_1)^2] dt, \quad u = -0.2^{1/2}(\zeta + 33x_1).$$

数值仿真中选择初值  $\zeta(0) = 0.2, x_1(0) = 0.08, x_2(0) = -0.02$ , 仿真结果见图1~3。由图1、2可以看到, 闭环系统的状态和控制器响应曲线都趋近于零; 图3(a)说明设计的观测器和增益函数使观测误差任意小, 图3(b)是马尔可夫转换过程的运行情况。由此, 验证了该设计方案的有效性。

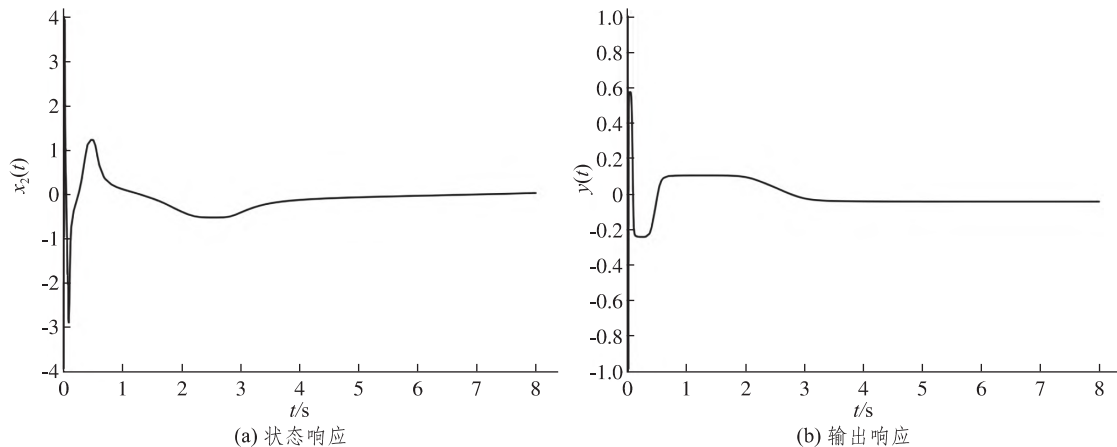


图1 状态和输出响应曲线

Fig.1 The state and the output response curves

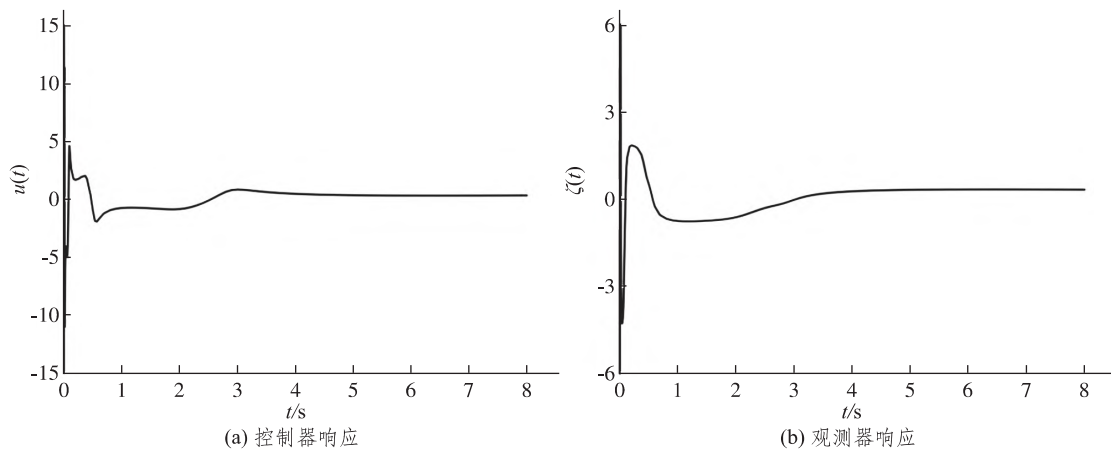


图2 控制器和观测器响应曲线

Fig.2 The control and the observer response curves

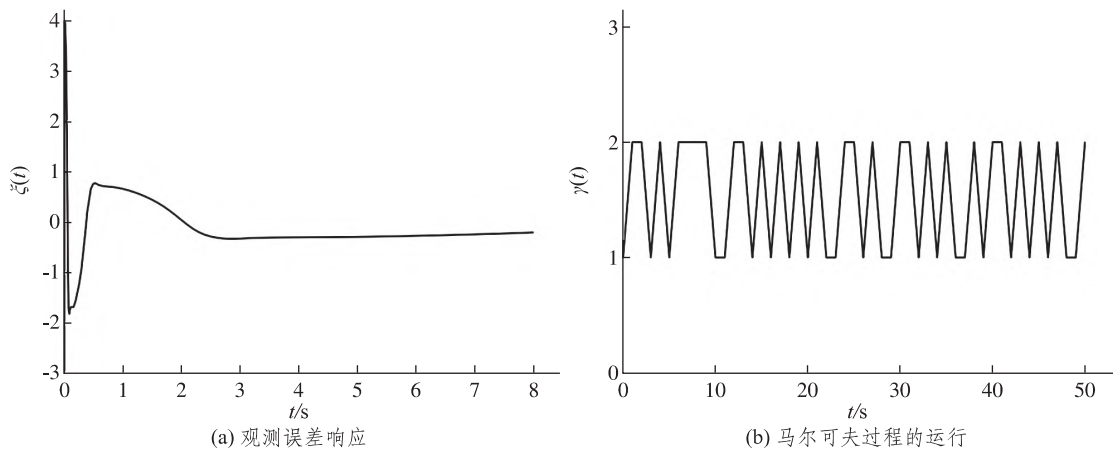


图3 观测误差响应曲线和马尔可夫过程的运行

Fig.3 The observation error response curve and the operation of Markov process

注3 仿真中选取有限状态空间  $S = \{1, 2\}$ , 利用代码编程生成马尔可夫过程, 运用判断语句按照位置将相同的状态空间用矩阵存储起来; 若某个位置与要存储的状态空间不同, 则该位置用 0 代替。例如, 利用程序生成的马尔可夫过程为  $\{1, 1, 2, 1, 2\}$ , 判断语句分为矩阵  $A = [1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$  和  $B = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$ , 最后将矩阵  $A$  和  $B$  搭建到对应的系统模块中, 实现了马尔可夫过程与系统仿真模块相结合的目的。

## 5 结论

本文探究了具有马尔可夫切换的随机高阶非线性系统的输出反馈镇定问题, 通过设计输出反馈控制器和观测器, 使闭环系统有唯一解, 且几乎处处渐近稳定。下一步研究重点是将本文结果推广到更一般的系统, 进一步研究带有时滞或未知参数的非线性系统的输出反馈控制问题。

### 参考文献:

- [1] LI W Q, XIE X J, ZHANG S Y. Output-feedback stabilization of stochastic high-order nonlinear systems under weaker conditions [J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 2011, 49(3): 1262-1282.

- [2] 李武全,井元伟,张嗣瀛.一类随机非线性系统的输出反馈镇定控制与决策[J].控制与决策,2011,32(2):153-156.
- [3] XIE X J, LI W Q. Output-feedback control of a class of high-order stochastic nonlinear systems [J]. International Journal of Control, 2009, 82(9): 1692-1705.
- [4] QIAN C J, LIN W. Smooth output feedback stabilization of planar systems without controlable/observable linearization [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(12): 2068-2073.
- [5] WU Z J, XIE X J, SHI P, et al. Backstepping controller design for a class of stochastic nonlinear system with Markovian switching [J]. Automatica, 2009, 45(4): 997-1004.
- [6] YUAN C G, MAO X R. Robust stability and controllability of stochastic differential delay equations with Markovian switching [J]. Automatica, 2004, 40(3): 343-354.
- [7] MAO X R, YUAN C G. Stochastic differential equations with Markovian switching [M]. London: Imperial College Press, 2006.
- [8] SHI P, BOUKAS E K.  $H_\infty$ -control for Markovian jumping linear systems with parametric uncertainty [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 1997, 95(1): 75-99.
- [9] JI Y D, CHIZECK H J. Controllability, stabilizability and continuous-time Markovian jump linear quadratic control [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990, 35(7): 777-788.
- [10] MAO X R. Stability of stochastic differential equations with Markovian switching [J]. Stochastic Processes and their Applications, 1999, 79(1): 45-67.
- [11] XIA Y Q, BOUKAS E K, SHI P, et al. Stability and stabilization of continuous-time singular hybrid systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 45(6): 1504-1509.
- [12] LI W Q, WANG H, LIU X H. State-feedback stabilization for stochastic high-order nonlinear systems with Markovian switching [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2013, 408(1): 374-383.
- [13] WU Z J, YANG J, SHI P. Adaptive tracking for stochastic nonlinear systems with Markovian switching [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2010, 55(9): 2135-2141.
- [14] LI W Q, WU Z J. Output tracking of stochastic high-order nonlinear systems with Markovian switching [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 58(6): 1585-1590.
- [15] POLENDO J, QIAN C J. A universal method for robust stabilization of nonlinear systems: unification and extension of smooth and non-smooth approaches [C]// American Control Conference, 2006.

## Output Feedback Stabilization for Stochastic High-order Nonlinear Systems with Markovian Switching

GU Jiabao, XU Xiaoyu, WANG Ruitao, LI Wuquan

(School of Mathematics and Statistics Science, Ludong University, Yantai 264039, China)

**Abstract:** The output feedback stabilization problem for stochastic high order nonlinear systems with Markovian switching was studied in this paper. First of all, the appropriate Lyapunov function and observer were selected. Then, the output feedback controller was designed by using Itô and Dynkin formulas, so that the solution of the closed-loop systems could be proved to be almost surely asymptotically stable. Finally, the effectiveness of control design was demonstrated by the numerical simulation.

**Keywords:** Markovian switching; high-order stochastic nonlinear system; output feedback; stability

(责任编辑 顾建忠)